

# **Macroeconomia Avançada**

## **Aula 2(b): A Economia Centralizada**

**Dinâmica da Solução Ótima**

**Ciclos Reais de Negócios**

**Choques (Permanentes e Temporários)**

**Mercado de Trabalho**

# Informativo

Essa nota de aula é um resumo dos principais tópicos constantes nas referências bibliográficas da disciplina Macroeconomia Avançada, lecionada no Programa de Doutorado e Mestrado em Economia do Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa (IDP).

Eu destaco que essa nota de aula não tem fins comerciais, servindo exclusivamente como material de apoio às aulas dessa disciplina.

Quaisquer erros e omissões são de minha inteira responsabilidade.

Contribuições e considerações podem ser enviadas para:

[sergio.gadelha@idp.edu.br](mailto:sergio.gadelha@idp.edu.br) ou  
[professor.sergio.Gadelha@gmail.com](mailto:professor.sergio.Gadelha@gmail.com)

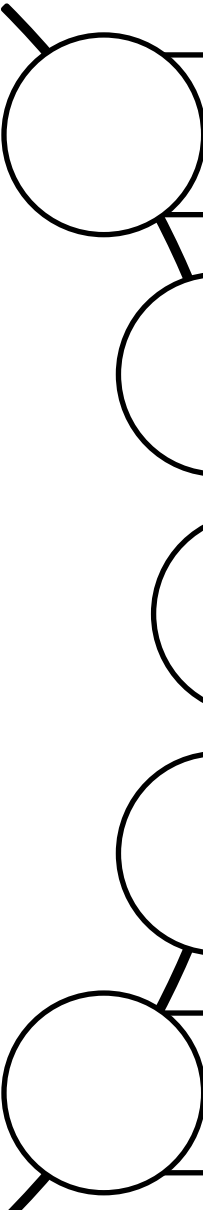
**Introdução**

**Dinâmica da Solução Ótima**

**Ciclos Reais de Negócios e Choques  
(Permanentes e Temporários)**

**Mercado de Trabalho**

# Premissas do modelo Ramsey-Cass-Koopmans



Modelo de agente representativo (família representativa, dinastia) com vida infinita (Ramsey, 1928; Cass, 1965; Koopmans, 1965)

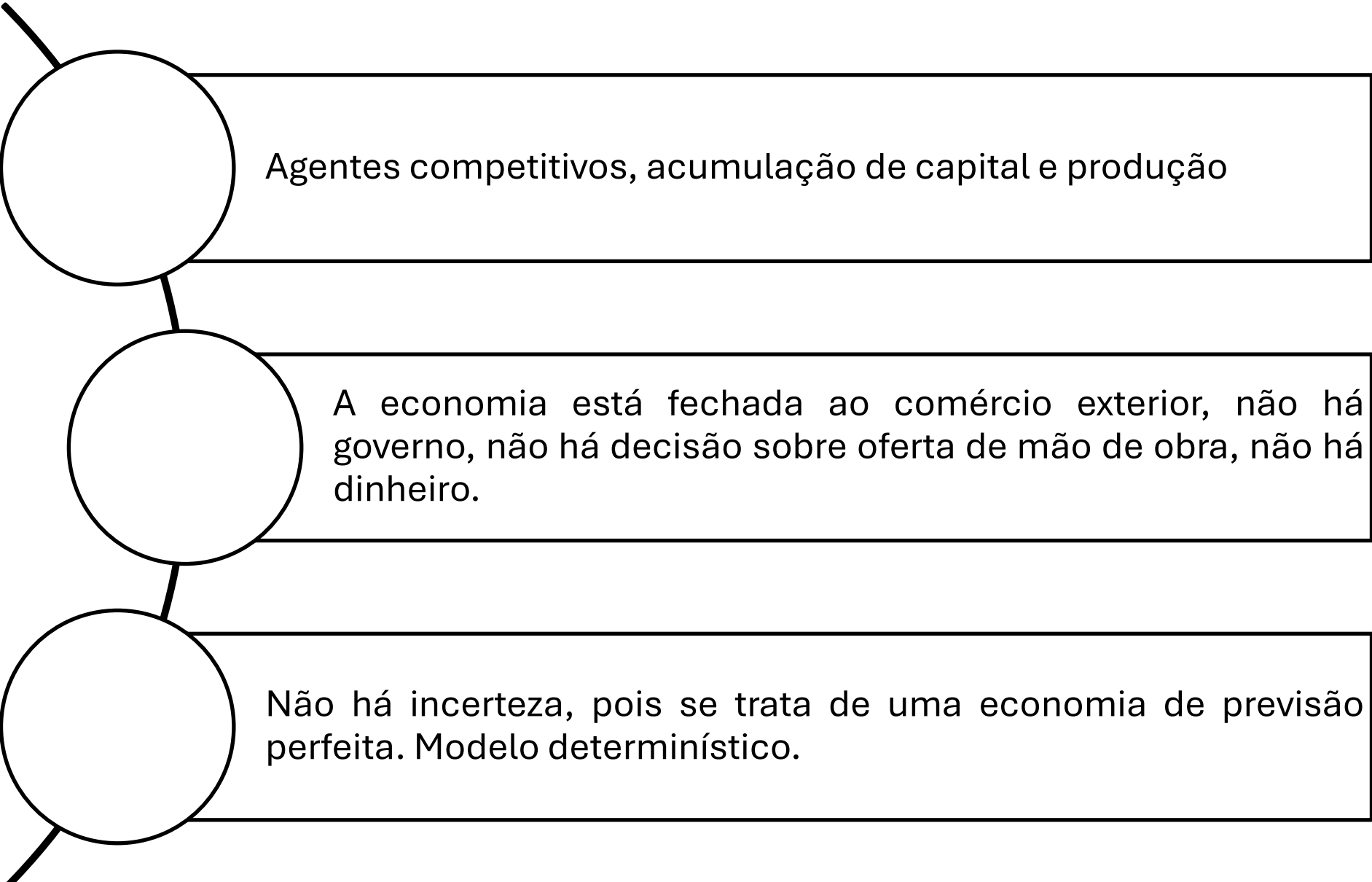
Utilidade separável ao longo do tempo.

Retornos constantes de escala.

Produtividade marginal decrescente.

Economia fechada e sem governo.

# Premissas do modelo Ramsey-Cass-Koopmans



Agentes competitivos, acumulação de capital e produção

A economia está fechada ao comércio exterior, não há governo, não há decisão sobre oferta de mão de obra, não há dinheiro.

Não há incerteza, pois se trata de uma economia de previsão perfeita. Modelo determinístico.

# Formas funcionais

Considere a seguinte função utilidade:

$$U(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}$$

Em que  $\sigma = -cU''/U'$  é o coeficiente de aversão relativa ao risco constante. O quanto o consumidor está averso ao risco do ponto de vista relativo, não importa o quanto se consome, tem-se a mesmo nível de aversão ao risco.

Função de produção Cobb-Douglas:  $F(k_t) = y_t = Ak_t^\alpha$

Em que  $A$  é a produtividade total dos fatores, que é constante ao longo do tempo e sendo afetada por choques; e  $\alpha$  é a parcela do capital na produção

# Problema do Planejador Social Benevolente

Problema de maximização:

$$\begin{aligned} \underbrace{\max}_{\{c_{t+s}, k_{t+s}\}} V_t &= \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s U(c_{t+s}) \\ \text{s. a. } f(k_{t+s}) &= c_{t+s} + k_{t+s+1} - (1 - \delta)k_{t+s} \end{aligned}$$

Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L}_t = \sum_{s=0}^{\infty} \{ \beta^s U(c_{t+s}) + \lambda_{t+s} [f(k_{t+s}) - c_{t+s} - k_{t+s+1} + (1 - \delta)k_{t+s}] \}$$

# Um exemplo

Condições de Primeira Ordem (CPO):

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_{t+s}} = \beta^s U'(c_{t+s}) - \lambda_{t+s} = 0, \quad s \geq 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial k_{t+s}} = \lambda_{t+s} [f'(k_{t+s}) + 1 - \delta] - \lambda_{t+s-1} = 0, \quad s > 0,$$

$$\lambda_{t+s} = \beta^s U'(c_{t+s})$$

$$\lambda_{t+s} [f'(k_{t+s}) + 1 - \delta] = \lambda_{t+s-1}$$

$$\lambda_{t+s-1} = \beta^{s-1} U'(c_{t+s-1})$$

# Um exemplo

Note que:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_t} = (1 - \sigma) \left( \frac{c^{1-\sigma-1}}{1 - \sigma} \right) = c_t^{-\sigma}$$

Por analogia:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_{t+1}} = (1 - \sigma) \left( \frac{c^{1-\sigma-1}}{1 - \sigma} \right) = c_{t+1}^{-\sigma}$$

E que:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial k_t} = \alpha A k_t^{\alpha-1}$$

É a produtividade marginal do capital

# Um exemplo

Então, para  $s = 1$ , teremos:

$$\Rightarrow \lambda_{t+s} = \beta^s U'(c_{t+s}) \Rightarrow \lambda_{t+1} = \beta c_{t+1}^{-\sigma}$$

$$\Rightarrow \lambda_{t+s-1} = \beta^{s-1} U'(c_{t+s-1}) \Rightarrow \lambda_t = \beta c_t^{-\sigma}$$

$$\Rightarrow \lambda_{t+s} [f'(k_{t+s}) + 1 - \delta]$$

$$= \lambda_{t+s-1} \Rightarrow \lambda_{t+1} [f'(k_{t+1}) + 1 - \delta] = \lambda_t$$

# Um exemplo

A equação de Euler será dada por:

$$\Rightarrow \beta \left( \frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} \right) [f'(k_{t+1}) + (1 - \delta)] = 1$$

$$\Rightarrow \beta \left( \frac{c_{t+1}^{-\sigma}}{c_t^{-\sigma}} \right) [\alpha A k_{t+1}^{-(1-\alpha)} + (1 - \delta)] = 1$$

$$\Rightarrow \beta \left( \frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-\sigma} [\alpha A k_{t+1}^{-(1-\alpha)} + (1 - \delta)] = 1$$

# Equilíbrio

No estado estacionário (isto é, no equilíbrio),  $c_{t+1} = c_t = c^*$ , ou seja,  $\Delta c_{t+1} = 0$ . Logo:

$$\left( \frac{c_{t+1}^{-\sigma}}{c_t^{-\sigma}} \right) = \left( \frac{c^*}{c^*} \right) = 1$$

Além disso,  $k_{t+1} = k_t = k^*$ , ou seja,  $\Delta k_{t+1} = 0$

# Equilíbrio

O nível de estado estacionário do capital, isto é, o estoque de capital em equilíbrio, é dado por:

$$\Rightarrow \underbrace{f'(k^*)}_{\alpha A k^{*\alpha-1}} = \delta + \theta \Rightarrow \alpha A k^{*\alpha-1} = \delta + \theta$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha A}{\delta + \theta} = \frac{1}{k^{*\alpha-1}} \Rightarrow \frac{\alpha A}{\delta + \theta} = k^{*-(\alpha-1)} \Rightarrow \frac{\alpha A}{\delta + \theta} = k^{*1-\alpha}$$

$$\Rightarrow k^* = \left( \frac{\alpha A}{\delta + \theta} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

Em que a taxa de desconto intertemporal é dada por:

$$\theta = \frac{1}{\beta} - 1$$

# Equilíbrio

$$\uparrow k^* = \left( \frac{\uparrow \alpha \uparrow A}{\delta + \theta} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

$$\downarrow k^* = \left( \frac{\alpha A}{\uparrow \delta + \uparrow \theta} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

# Um exemplo

Lembrem-se que o termo  $\beta = 1/(1 + \theta)$  é o fator de desconto. A utilidade futura é descontada por esse fator constante que satisfaz  $0 < \beta < 1$ .

O termo  $\theta > 0$  é a taxa de desconto social intertemporal, sendo expresso por:

$$\beta = \frac{1}{(1 + \theta)} \Rightarrow 1 + \theta = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \theta = \frac{1}{\beta} - 1$$

# Um exemplo

No equilíbrio de longo prazo,  $c_t = c^*$ ,  $k_t = k^*$ ,  $\Delta c_t = 0$  e  $\Delta k_t = 0$  para todo  $t$ . Logo, o nível de estado estacionário do consumo é:

$$\Rightarrow y^* = c^* + i^*$$

$$\Rightarrow c^* = y^* - i^*$$

$$\Rightarrow c^* = \underbrace{Ak^{*\alpha}}_{y^*} - \underbrace{\delta k^*}_{i^*}$$

$$c^* = \left( \frac{A}{\delta + \theta} \right)^{1-\alpha} \left( \frac{(1-\alpha)\delta + \theta}{\alpha^\alpha} \right)$$

# Um exemplo

$$c^* = Ak^{*\alpha} - \delta k^*$$

$$c^* = A \underbrace{\left[ \left( \frac{\alpha A}{\delta + \theta} \right)^{1/(1-\alpha)} \right]^\alpha}_{=k^{*\alpha}} - \delta \underbrace{\left[ \left( \frac{\alpha A}{\delta + \theta} \right)^{1/(1-\alpha)} \right]}_{k^*}$$

(...)

$$c^* = \left( \frac{A}{\delta + \theta} \right)^{1-\alpha} \left( \frac{(1-\alpha)\delta + \theta}{\alpha^\alpha} \right)$$

**Introdução**

**Dinâmica da Solução Ótima**

**Ciclos Reais de Negócios e Choques  
(Permanentes e Temporários)**

**Mercado de Trabalho**

# Dinâmica da Solução Ótima

Anteriormente, havíamos estabelecido as duas relações dinâmicas entre dois períodos consecutivos: a equação de Euler e a restrição de recursos. Então, o sistema de equações que descreve essa economia será dado por:

**Equação de Euler:**

$$\beta \left( \frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} \right) [f'(k_{t+1}) + (1 - \delta)] = 1$$

Observe os dois componentes da Equação de Euler:

# Dinâmica da Solução Ótima

Taxa Marginal de Substituição (TMgS) entre  $t$  e  $t + 1$ :

$$\beta \left( \frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} \right)$$

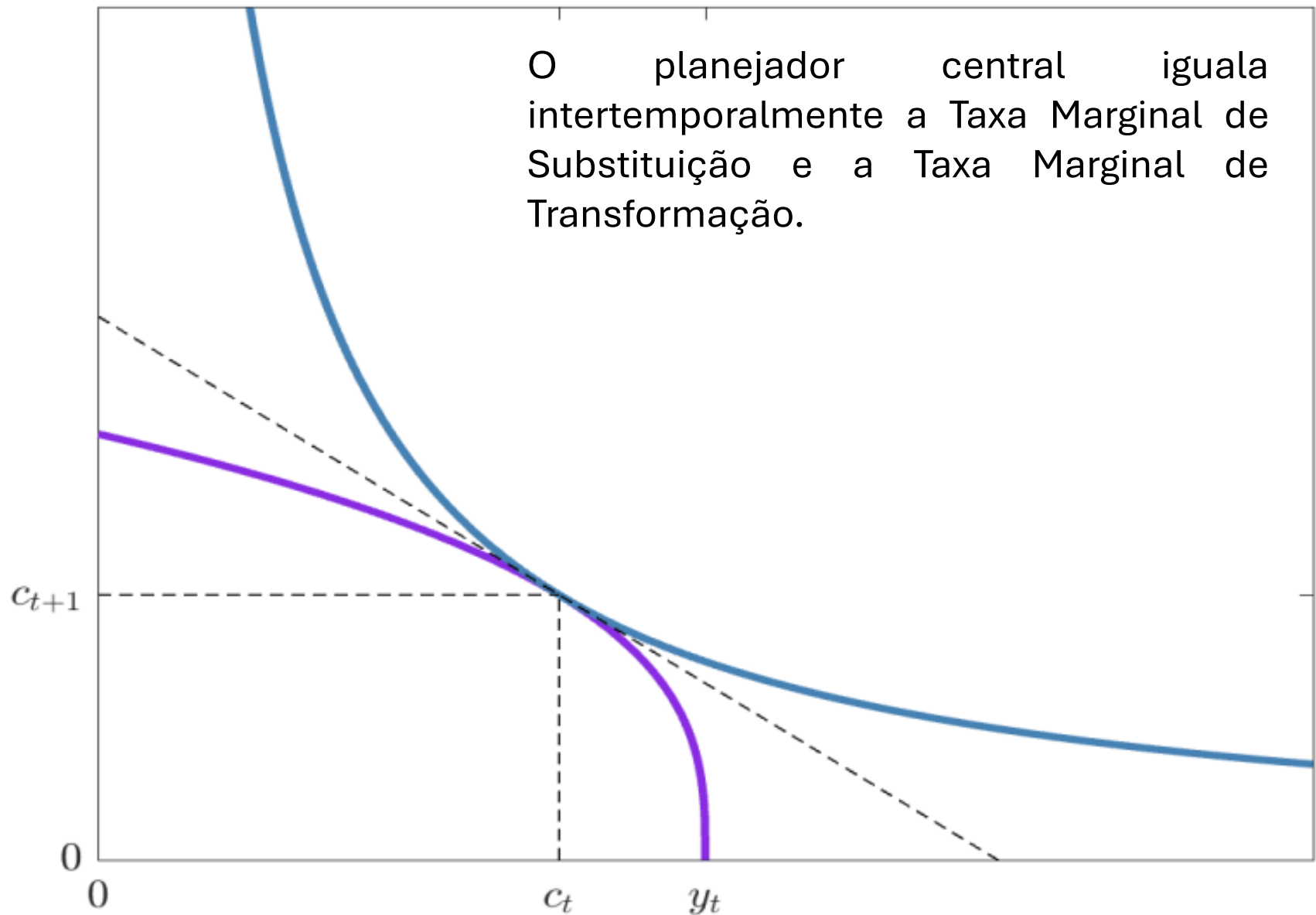
Taxa Marginal de Transformação (TMT) entre  $t$  e  $t + 1$ :

$$[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta)]$$

**Restrição de Recursos:**

$$\Delta k_{t+1} = f(k_t) - \delta k_t - c_t.$$

# TMgS *versus* TMgT



# Dinâmica da Solução Ótima

As duas equações descrevem a solução ótima em cada ponto no tempo. Entretanto, tratam-se de equações não lineares.

---

Então, precisaremos considerar uma solução local, isto é, uma solução que ocorre na vizinhança do equilíbrio.

---

Essa solução é obtida através da linearização da equação de Euler usando expansões de séries de Taylor de  $U'(c_{t+1})$  sobre  $c_t$ . Ou seja, aproximações de Taylor de primeira ordem. Isso fornece:

# Dinâmica da Solução Ótima

$$U'(c_{t+1}) \cong U'(c_t) + \Delta c_{t+1} U''(c_t)$$

Divida a expressão acima por  $U'(c_t)$ :

$$\frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} \cong \frac{U'(c_t)}{U'(c_t)} + \frac{\Delta c_{t+1} U''(c_t)}{U'(c_t)}$$

$$\frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} \cong 1 + \frac{U''(c_t)}{U'(c_t)} \Delta c_{t+1}, \quad \frac{U''(c_t)}{U'(c_t)} \leq 0$$

# Dinâmica da Solução Ótima

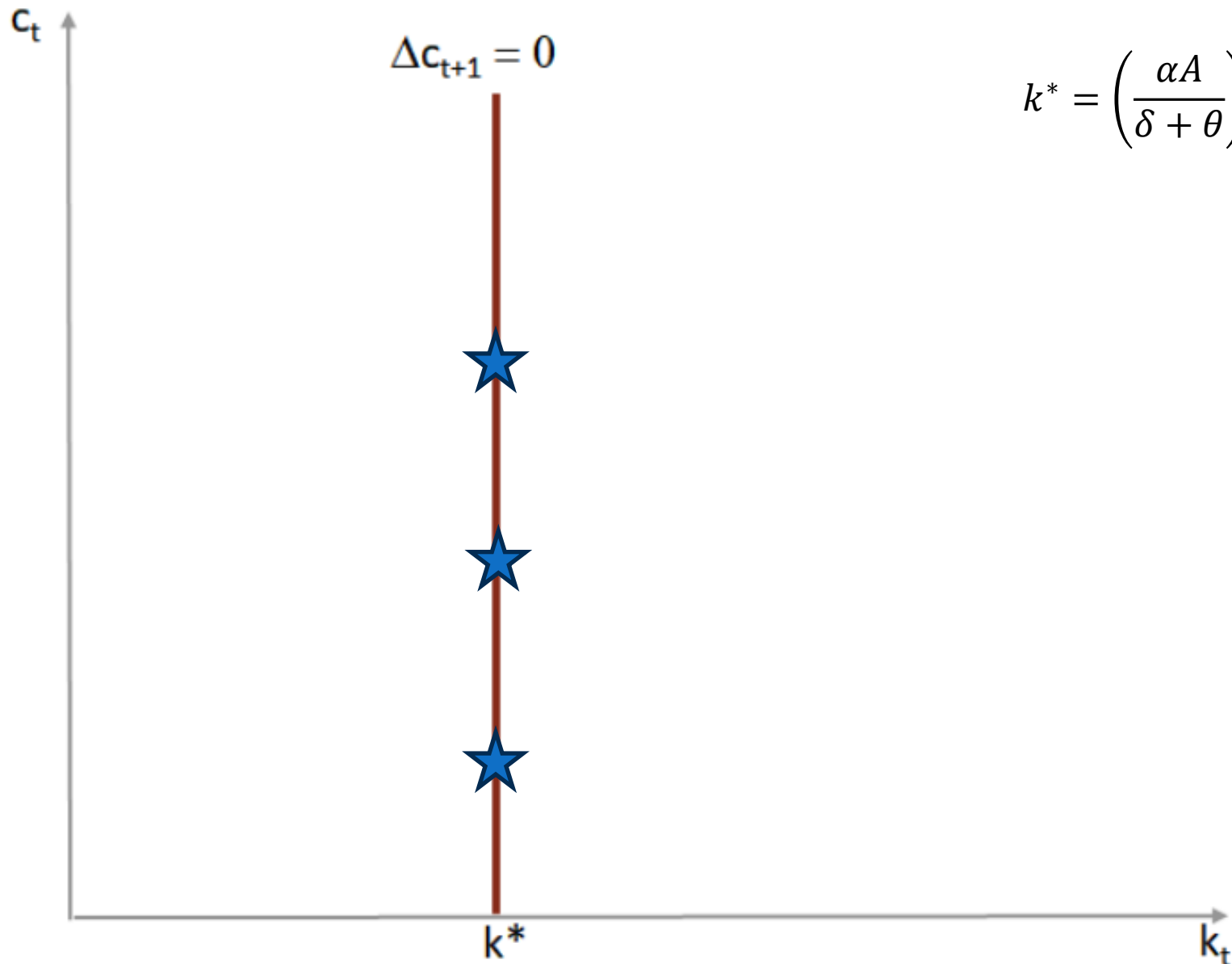
A equação de Euler se torna:

$$\Delta c_{t+1} = -\frac{U'(c_t)}{U''(c_t)} \left[ 1 - \frac{1}{\beta[f'(k_{t+1}) + 1 - \delta]} \right] \quad (2.18)$$

Logo, as equações da **restrição de consumo** e a nova expressão da equação de Euler, **equação (2.18)**, determinam as mudanças no consumo e no capital. Essas equações confirmam a solução em equilíbrio estático.

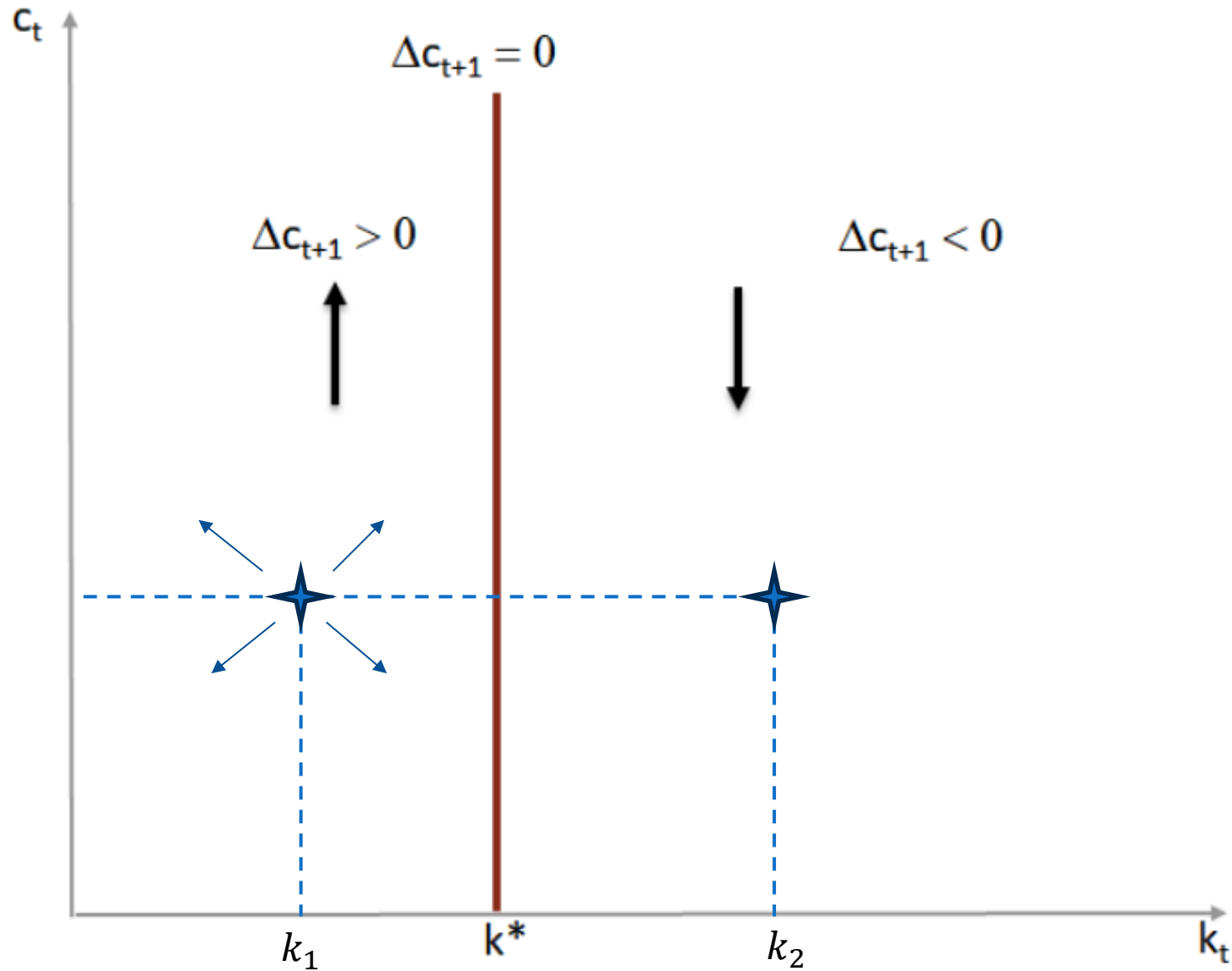
No estado estacionário, quando  $c_t = c^*$  e  $k_t = k^*$ , tem-se  $\Delta c_{t+1} = 0$ ,  $\Delta k_{t+1} = 0$  e  $f'(k_{t+1}) = f'(k^*) = \delta + \theta$ .

# Diagrama de fase ( $\Delta c_{t+1} = 0$ )



$$k^* = \left( \frac{\alpha A}{\delta + \theta} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

# Diagrama de fase ( $\Delta c_{t+1} = 0$ )



# Diagrama de Fases: **Equação de Euler**

Considere a **dinâmica do consumo** se o **capital** estiver abaixo/acima do nível que o estabilizaria  $c$ , isto é, abaixo/acima da **equação de Euler (2.18)** do estado estacionário. Ver figura 2.8. Se  $k = k^*$ ,  $\Delta c_t = 0$ , isto é, consumo é constante.

---

Um nível baixo de  $k_t$  implica que  $c_t$  está crescendo. Se  $k < k^*$ , a equação de Euler será maior do que um, então por (2.18) teremos  $f'(k) > f'(k^*)$  e  $\Delta c_t > 0$ . Ou seja, a utilidade marginal se reduz ao longo do tempo e o **consumo é crescente**.

---

Um nível alto de  $k_t$  implica que  $c_t$  está se reduzindo. Se  $k > k^*$ , a equação de Euler será menor do que um, então por (2.18) teremos  $f'(k) < f'(k^*)$  e  $\Delta c_t < 0$ . Ou seja, a utilidade marginal aumenta ao longo do tempo e o **consumo é decrescente**.

# Diagramas de fase: Equação de Euler

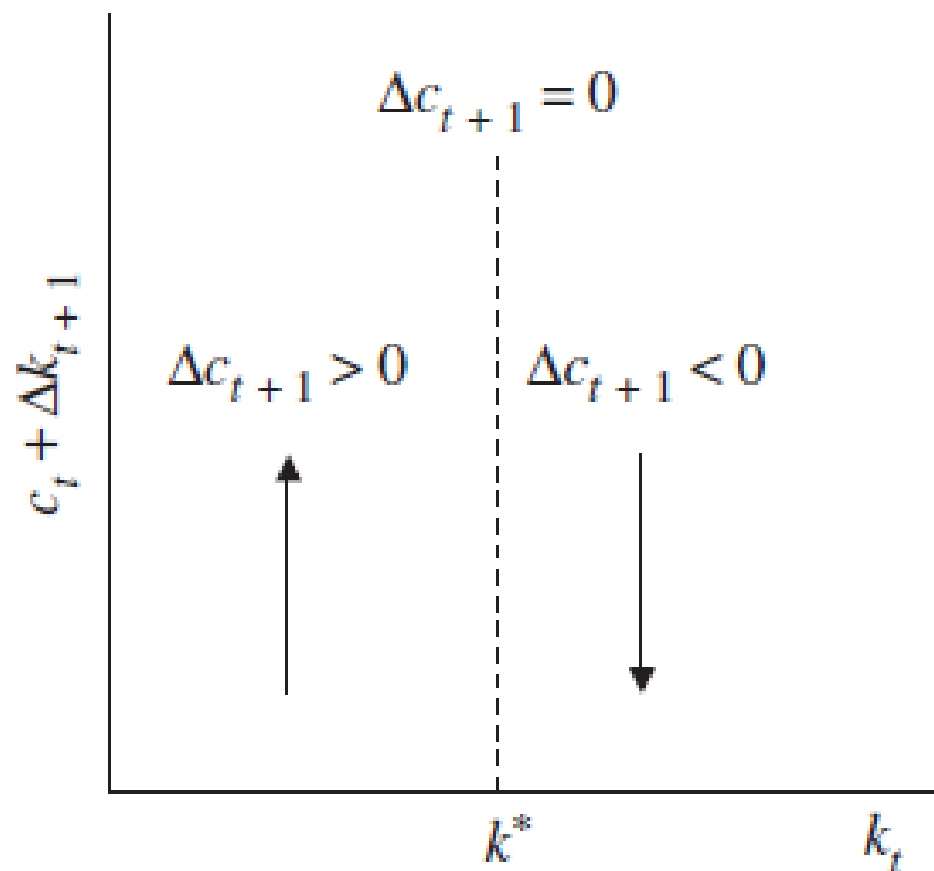
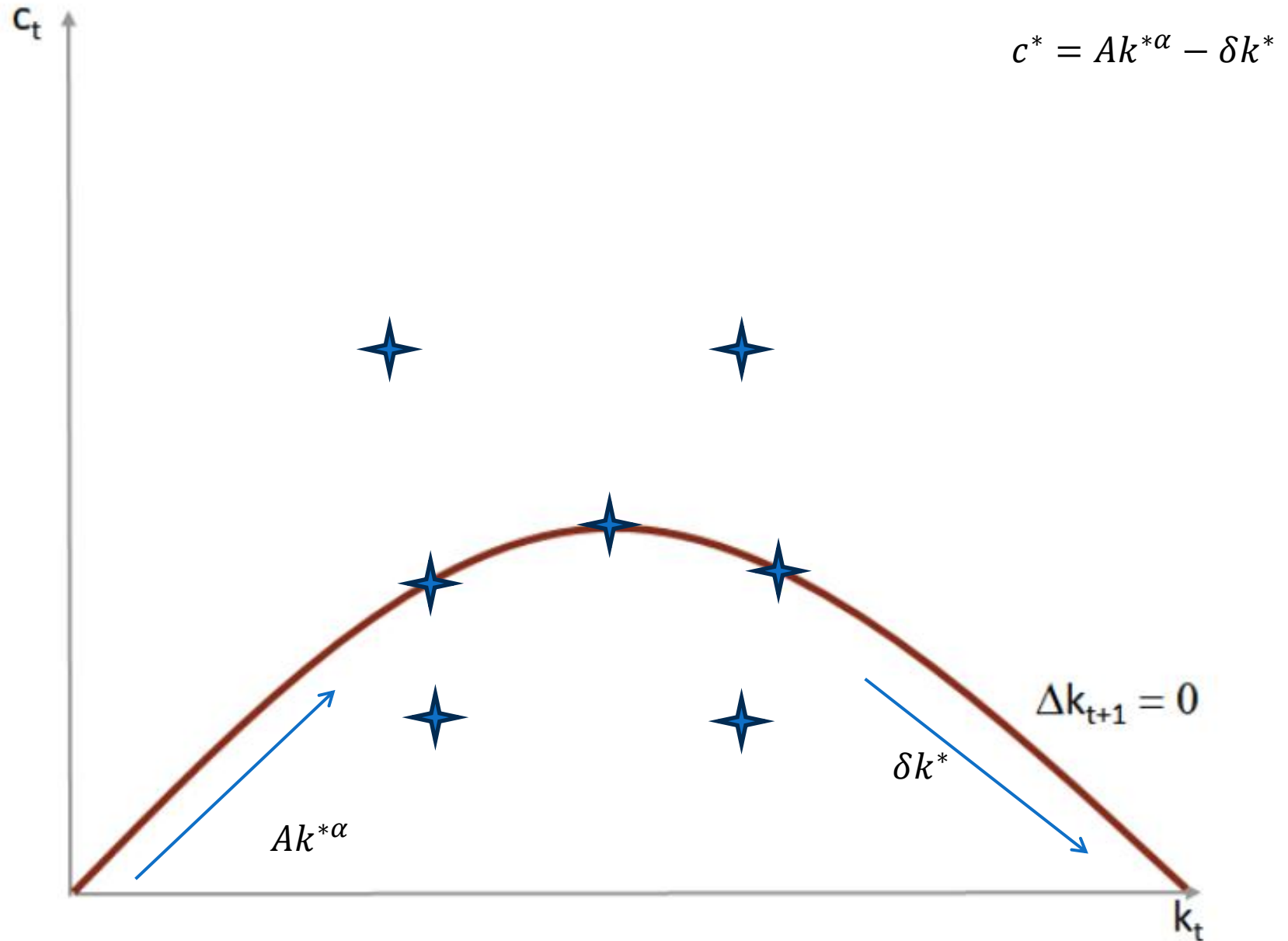
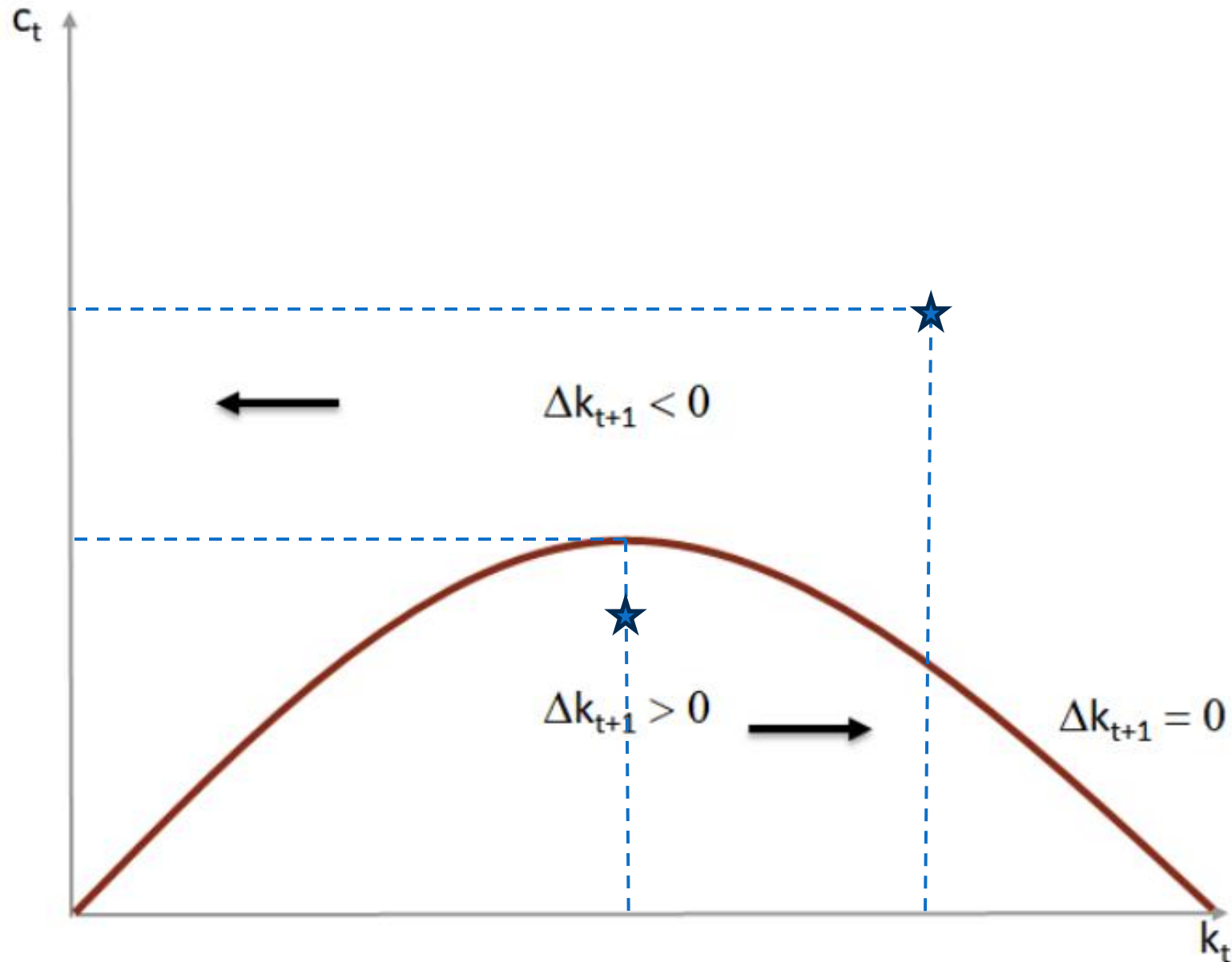


Figure 2.8. Consumption dynamics.

# Diagrama de fase ( $\Delta k_{t+1} = 0$ )



# Diagrama de fase ( $\Delta k_{t+1} = 0$ )



# Diagrama de Fases: **Restrição da Economia**

Para caracterizar a dinâmica em torno do estado estacionário, considere a **dinâmica do capital** se o **consumo** estiver abaixo/acima do nível que o estabilizaria  $k$ , isto é, abaixo/acima da **restrição orçamentária da economia** do estado estacionário.

---

Um nível baixo de  $c_t$  implica que  $k_t$  está crescendo.

Se  $c_t < f(k_{t+1}) - \delta k_t$ , então  $\Delta k_{t+1} > 0$ .

---

Um nível alto de  $c_t$  implica que  $k_t$  está se reduzindo.

Se  $c_t > f(k_{t+1}) - \delta k_t$ , então  $\Delta k_{t+1} < 0$

# Diagramas de fase: Restrição da Economia

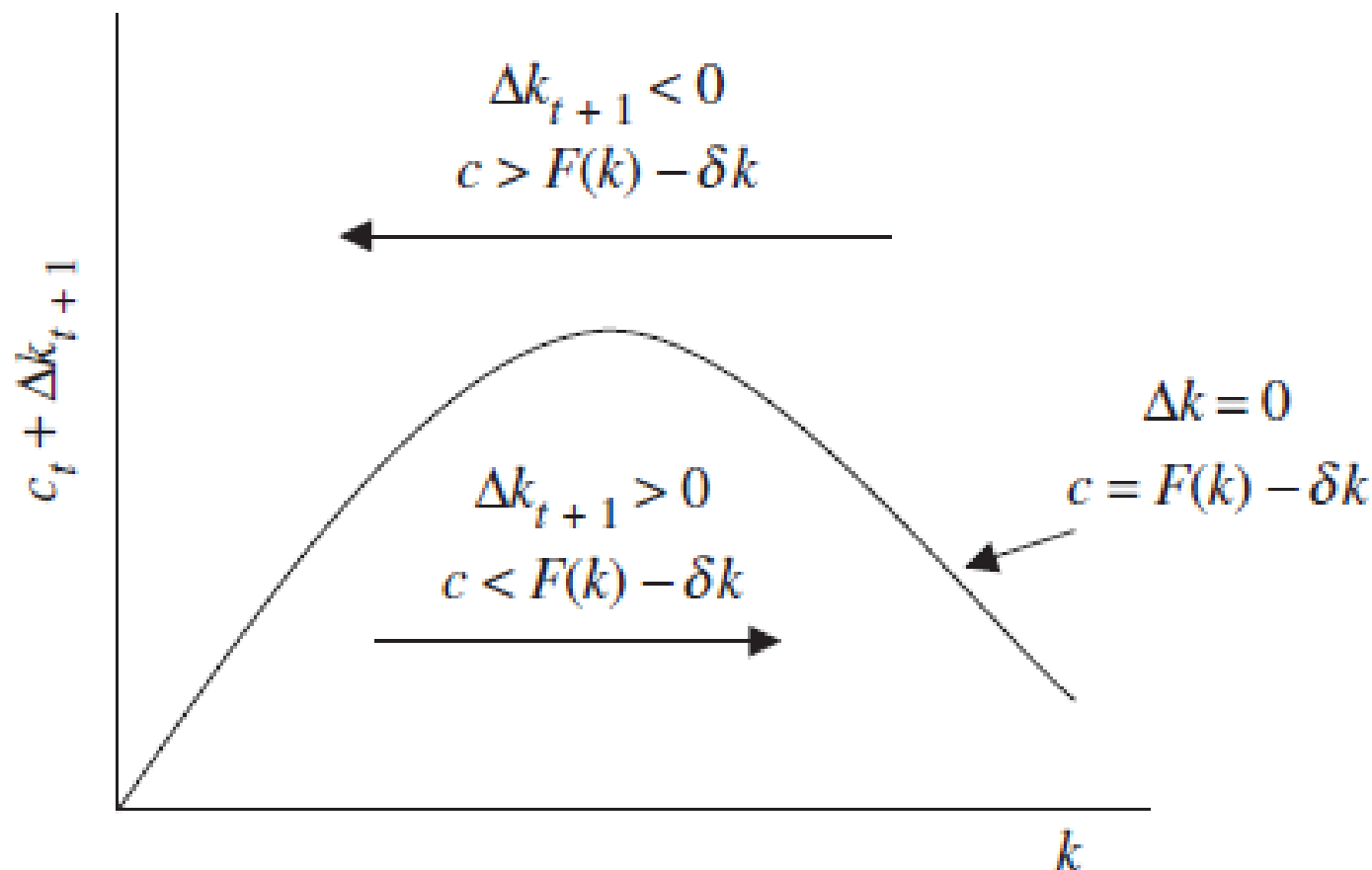


Figure 2.9. Capital dynamics.

# Diagrama de Fases

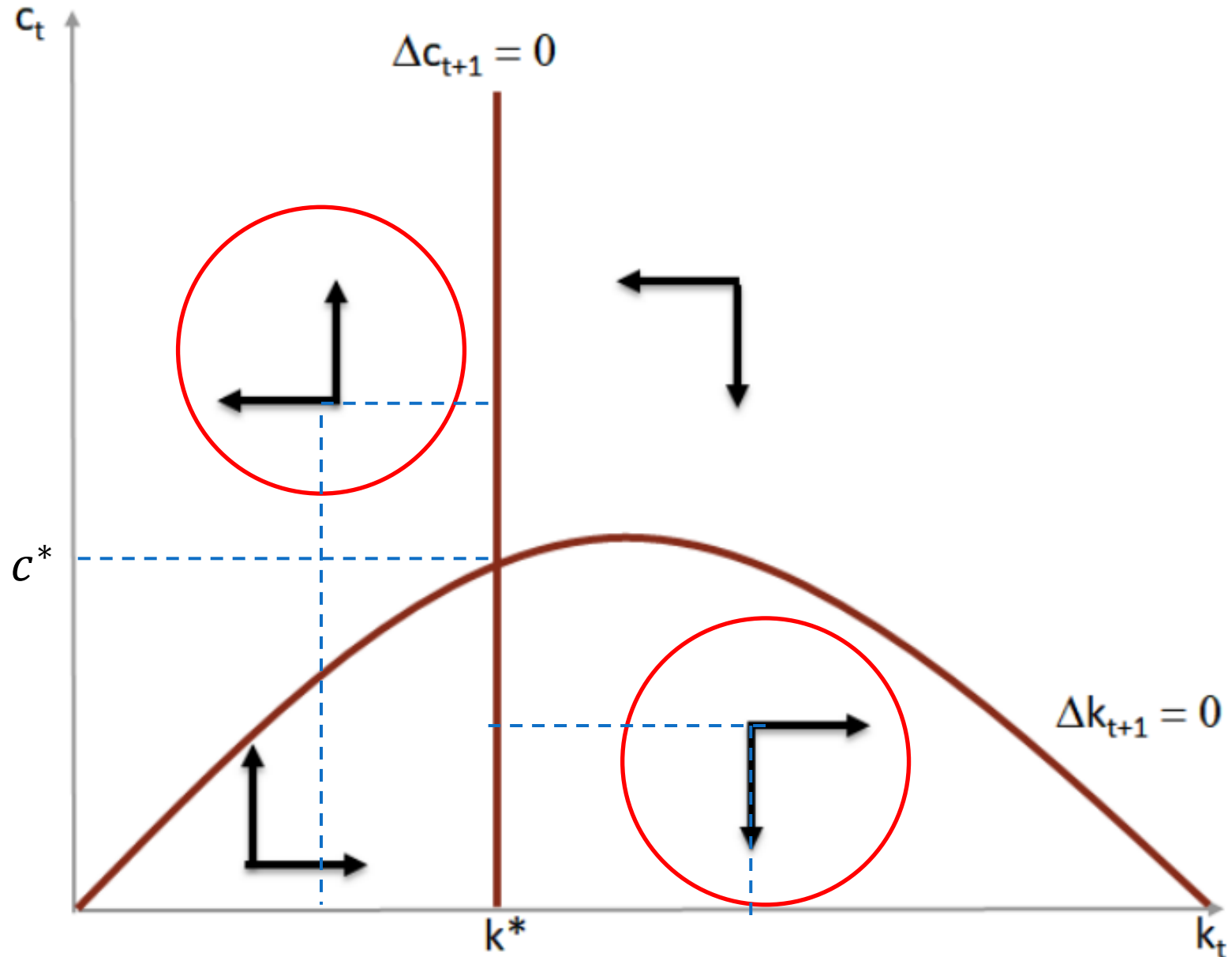
A intersecção de ambas as relações de estado estacionário define o **estado estacionário do sistema**. Nesse estado estacionário, todas as condições de primeira ordem das famílias e empresas, bem como as restrições orçamentárias e de recursos, são satisfeitas.

---

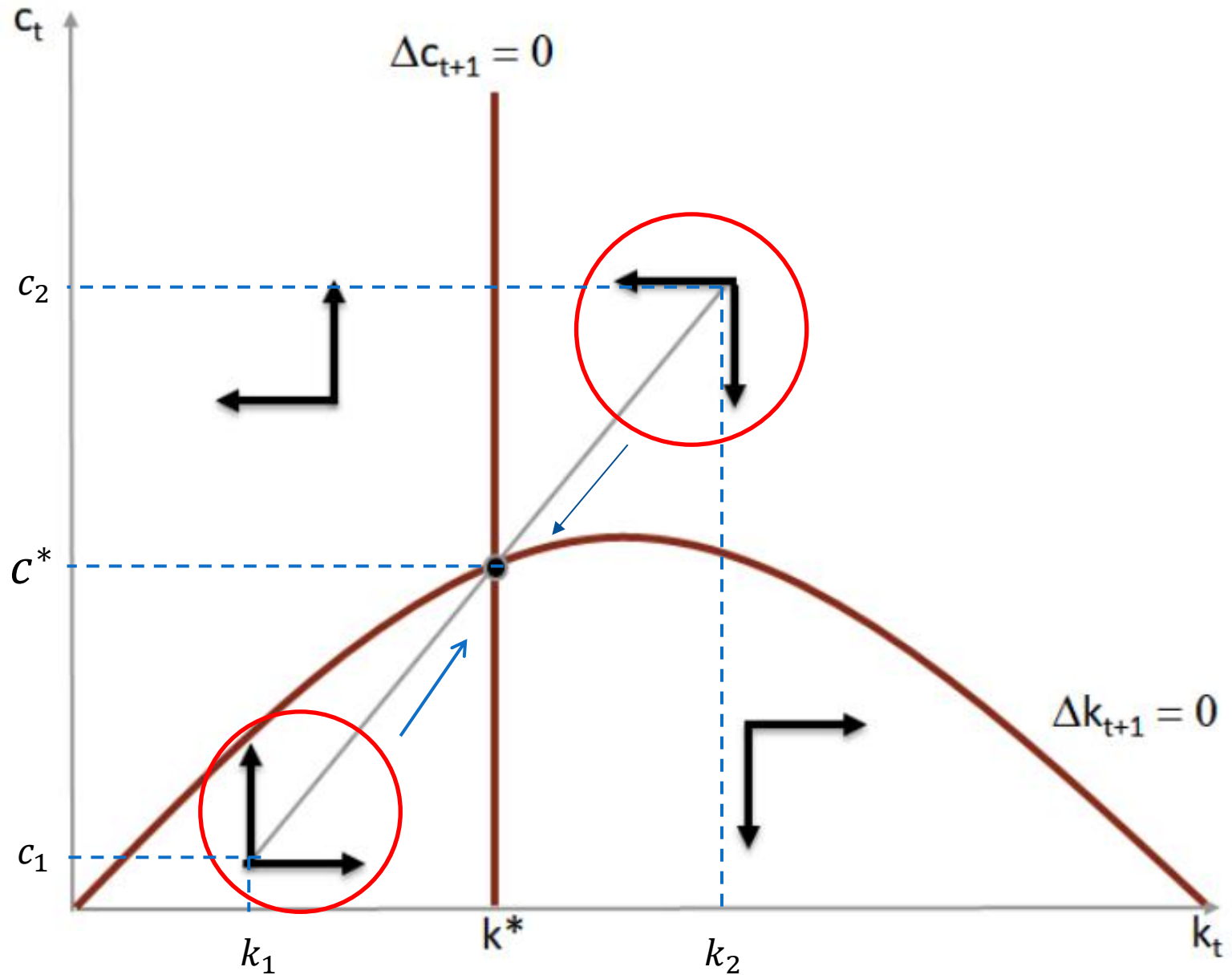
.

.

# Diagrama de fase



# Diagrama de fase



# Diagrama de Fases

A linha reta representa o caminho de ajuste dinâmico da economia (“**caminho de sela**”, *saddle path, stable arm*), no qual todas as restrições presentes no modelo RCK são satisfeitas. Trata-se de um caminho estável do sistema dinâmico.

Existirá uma única trajetória que permite a economia permanecer no equilíbrio. Então, os agentes racionais dessa economia irão trabalhar em pontos localizados no segundo e no quarto quadrantes.

Matematicamente, o **caminho de sela** pode ser expresso por  $c_t = g(k_t)$ . Em termos de **programação dinâmica**, essa equação é chamada de **função política**.

# Dinâmica: Resumo

Dinâmica de  $k$ :

$$\begin{pmatrix} \Delta k > 0 & \text{quando} & c < f(k) - \delta k \\ \Delta k = 0 & \text{quando} & c = f(k) - \delta k \\ \Delta k < 0 & \text{quando} & c > f(k) - \delta k \end{pmatrix}$$

Em que  $\Delta X$  representa mudança em  $X$ .

# Dinâmica: Resumo

Dinâmica de  $c$ :

$$\begin{pmatrix} \Delta c > 0 & \text{quando} & k < k^* \\ \Delta c = 0 & \text{quando} & k = k^* \\ \Delta c < 0 & \text{quando} & k > k^* \end{pmatrix}$$

Em que  $\Delta X$  representa mudança em  $X$ .

# Dinâmica: Resumo

A condição de transversalidade é dada por:

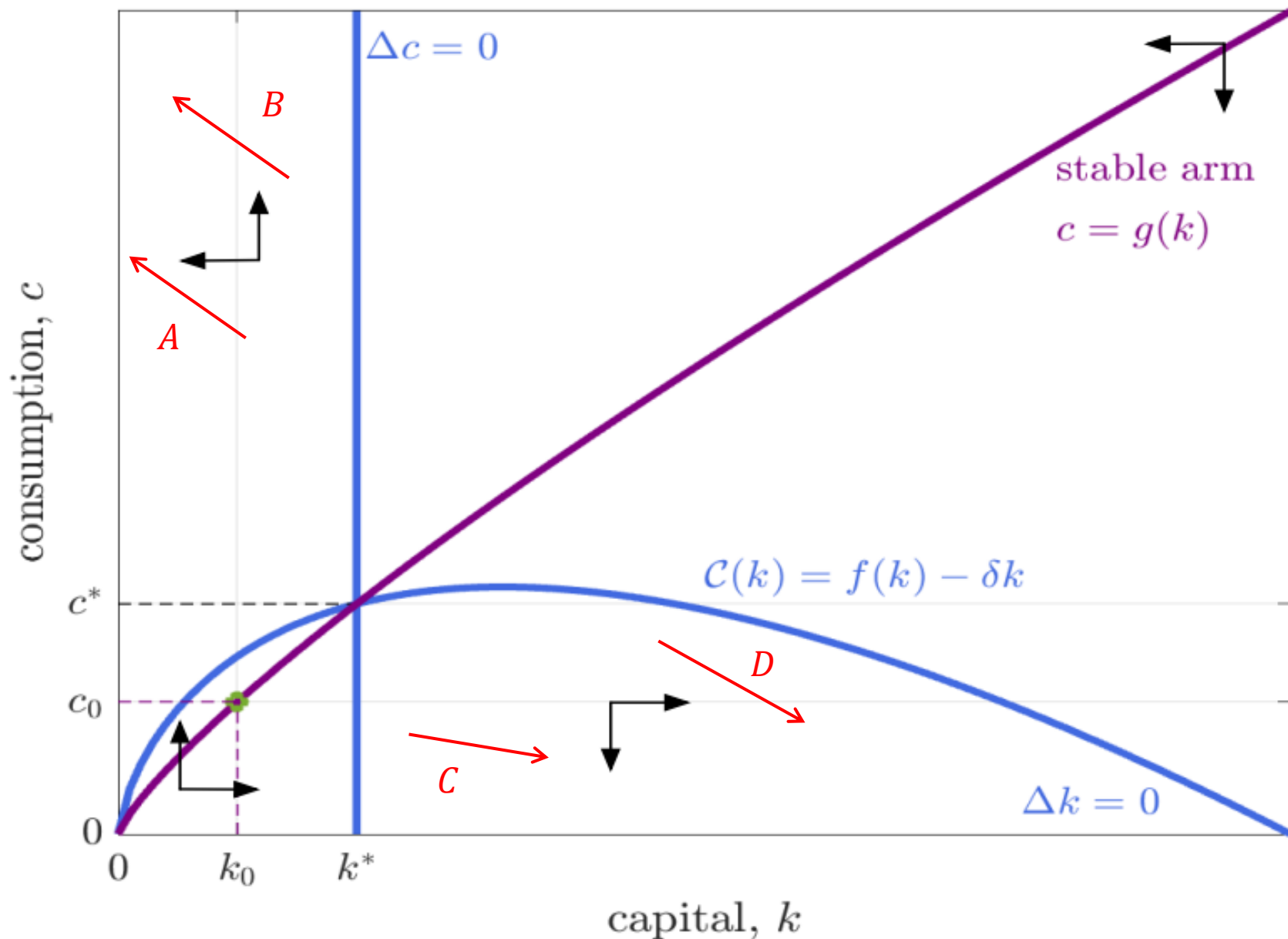
$$\lim_{s \rightarrow \infty} \beta^s U'(c_s) k_{s+1} = 0$$

Por fim, nota-se que o estoque de capital é dado no início do período – é uma variável predeterminada, também chamada de variável de estado. Isso significa que essa variável não pode "saltar".

O consumo, em vez disso, é uma variável de controle que pode "saltar".

## Diagrama de Fases: Exemplo nº 1

# As trajetórias de A, B, C e D são ótimas?



# As trajetórias de A, B, C e D são ótimas?

As trajetórias relacionadas aos pontos “A”, “B”, “C” e “D” não podem ser ótimas.

---

**Pontos “A” e “B”.** “As trajetórias relacionadas aos pontos “A” e “B” levarão, eventualmente, a  $k = 0$ . Nesse ponto, o consumo terá que se mover repentinamente de um número positivo para zero. Essas trajetórias não podem ser ótimas.

---

**Pontos “C” e “D”.** As trajetórias relacionadas aos pontos “C” e “D” levarão, eventualmente, a  $c = 0$  à medida que se aproxima do ponto “E”. Essas trajetórias não podem ser ótimas.

# As trajetórias de A, B, C e D são ótimas?

A razão é que ao longo delas a condição de transversalidade será violada:

$$\lim_{\{c,k\} \rightarrow E} \beta^s U'(c)k = \infty$$

Portanto, a dinâmica de  $\{c, k\}$  será dada pelo caminho de sela: existe um equilíbrio “dinâmico” único, e esse caminho eventualmente levará ao estado estacionário onde  $k_t = k^*$  e  $c^* = f(k^*) - \delta k^*$ .

## Diagrama de Fases: Exemplo nº 2

Qual desses pontos é a solução ótima?

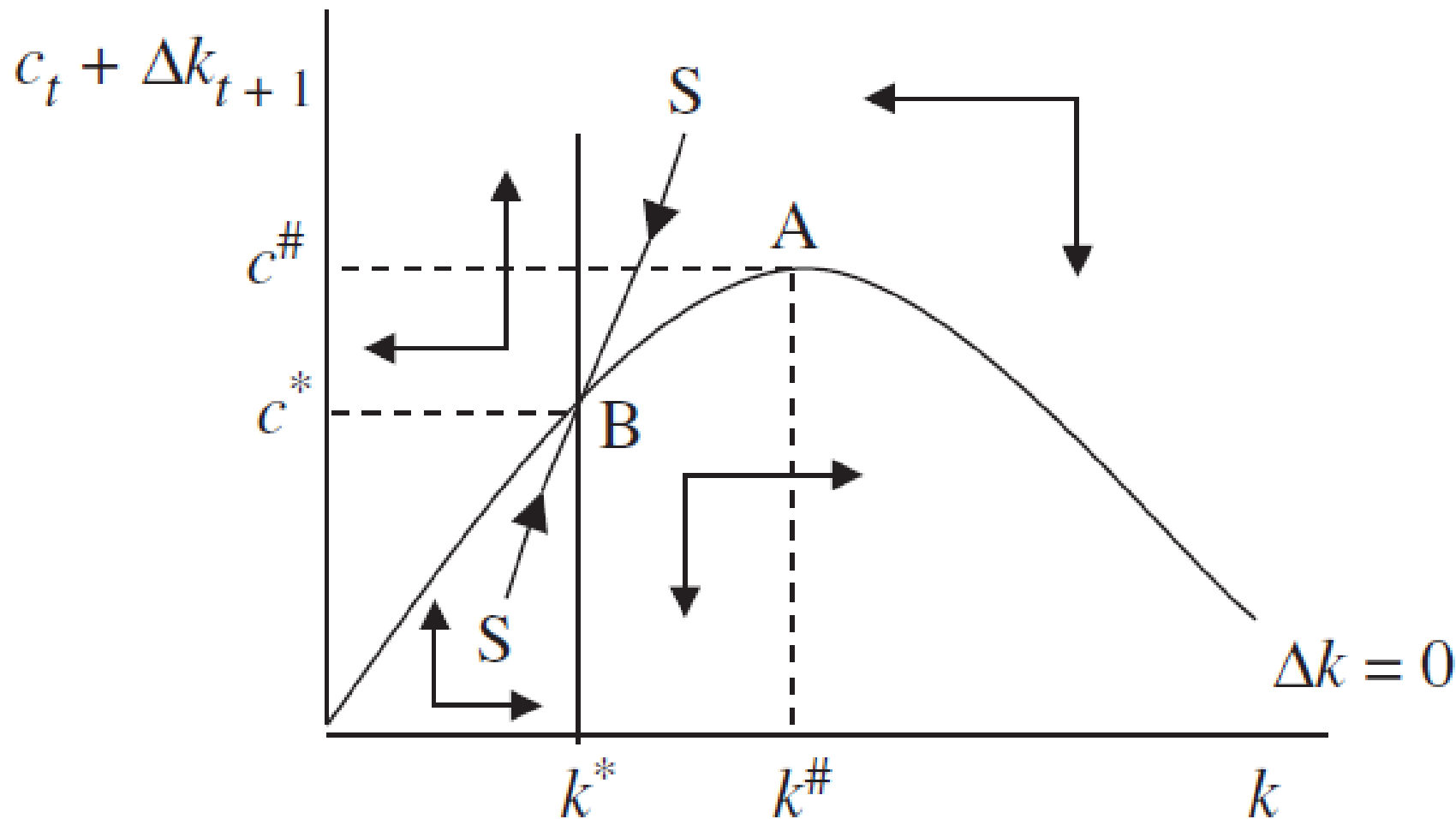


Figure 2.10. Phase diagram.

# Dinâmica da Solução Ótima

A solução ótima de longo prazo está no ponto  $B$ . A linha  $SS$  através de  $B$  é conhecida por “**caminho de sela**” (*saddlepath* ou *stable manifold*). Somente pontos nessa linha são atingíveis.

As setas denotam o comportamento dinâmico de  $c_t$  e  $k_t$ . Esse comportamento dinâmico depende de qual das quatro regiões a economia se encontra.

No nordeste, mas na linha  $SS$ , o consumo é excessivo e o estoque de capital é tal grande que o produto marginal do capital é menos que  $\delta + \theta$ . Não é sustentável, logo, consumo e estoque de capital irão se reduzir.

# Dinâmica da Solução Ótima

Do lado oposto, na região sudoeste, o consumo e o capital necessitam se elevar.

---

A economia atinge o equilíbrio no ponto  $B$  ao se mover ao longo do caminho de sela para aquele ponto. **O ponto “B” é o ponto de sela.**

---

Quando há duas regiões de estabilidade, e duas regiões de instabilidade, temos o que se chama de equilíbrio “caminho de sela”.

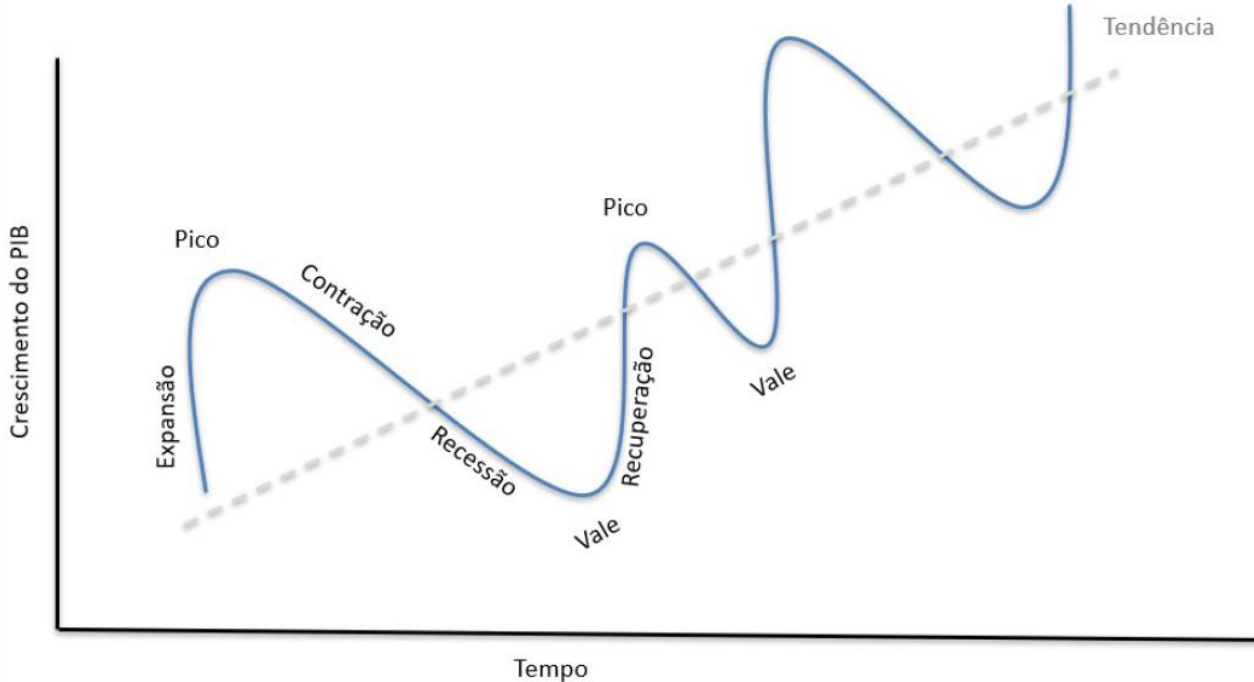
**Introdução**

**Dinâmica da Solução Ótima**

**Ciclos Reais de Negócios e Choques  
(Permanentes e Temporários)**

**Mercado de Trabalho**

# Fases de um ciclo econômico



A definição clássica de ciclos econômicos foi estabelecida por Burns e Mitchell (1946).

Um ciclo é composto por:

- **Expansões**, que ocorrem aproximadamente ao mesmo tempo em muitas atividades econômicas,
- **Recessões**,
- **Contrações** e,
- **Recuperações**.

A sequência das fases é recorrente, mas não periódica.

A duração dos ciclos varia entre um e doze anos.

# Brasil: CODACE

FGV/IBRE: **O Comitê de Datação de Ciclos Econômicos (CODACE)** tem como finalidade estabelecer cronologias de referência para os ciclos econômicos brasileiros.

Em suas primeiras reuniões foram estabelecidas datações mensais e trimestrais para os ciclos de negócios ocorridos de 1980 em diante.

Link:

[https://portalibre.fgv.br/data/files/F3/C1/F8/E8/A18F66108DDC4E66CA18B7A8/Comite%20de%20Data\\_\\_o%20de%20Ciclos%20Econ\\_micos%20-%20Comunicado%20de%2030\\_10\\_2017%20\\_1\\_.pdf](https://portalibre.fgv.br/data/files/F3/C1/F8/E8/A18F66108DDC4E66CA18B7A8/Comite%20de%20Data__o%20de%20Ciclos%20Econ_micos%20-%20Comunicado%20de%2030_10_2017%20_1_.pdf)

# Teoria do Ciclo Real de Negócios

Também conhecida por **Teoria do Ciclo Econômico Real**. Essa teoria considera as flutuações randômicas (aleatórias) na produtividade como a principal causa das flutuações econômicas.

Uma versão da teoria clássica que supõe que os choques na produtividade (choques de oferta) são a causa principal de flutuações cíclicas. Propõe que as variações na produtividade total dos fatores geram flutuações no ciclo de negócios.

Teoria de que as recessões e expansões (*booms*) devem-se, principalmente, a choques na atividade real, como choques de oferta, em vez de mudanças em fatores monetários.

# Conceito de choque

Uma economia é constantemente impactada por choques (também conhecidos por **impulsos**, **perturbações** etc).

---

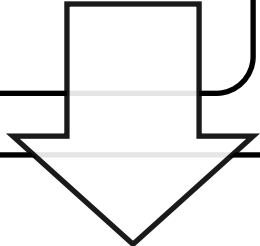
**Definição:** choque é uma mudança exógena e imprevista e uma variável econômica que gera mudanças nas variáveis endógenas.

---

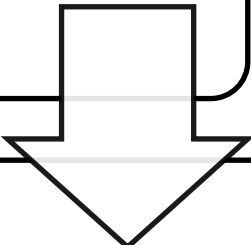
Dependendo do tipo de choque, a posição de equilíbrio da economia pode permanecer inalterada, ou pode se alterar; e o ajustamento ótimo de volta ao equilíbrio pode ser instantâneo ou devagar.

# Conceito de choque

Após um choque, a economia segue um **caminho de sela** (“*saddlepath*”) e converge para um novo equilíbrio no estado estacionário.



Durante os períodos de ajustamento, a hipótese de otimalidade é mantida.



Políticas de estabilização podem ser úteis na presença de imperfeições de mercado.

# Classificações de choques

## Positivo (ou favorável)

- Perturbação econômica que afeta positivamente o desempenho do nível de atividade econômica. No longo prazo, o processo de crescimento econômico é uma acumulação de choques positivos.
- Por exemplo, um choque de oferta favorável é uma perturbação econômica que desloca a oferta agregada externamente, ou seja, as empresas estão dispostas a produzir mais, em qualquer nível de preços.

## Negativo (ou adverso)

- Perturbação econômica que afeta negativamente o desempenho do nível de atividade econômica.
- Por exemplo, choque de oferta adverso desloca internamente a curva de oferta agregada. O aumento no preço do petróleo, que resultou no embargo de petróleo pela Organização dos Países Exportadores de Petróleo (OPEP) nos anos 1970 é um exemplo clássico.

# Classificações de choques

## Demanda

- Eventos exógenos que deslocam a curva de demanda agregada. Em outras palavras, choques na economia que deslocam a curva IS ou a curva LM e, desse modo, afetam a demanda agregada do produto. Aumento ou diminuição súbitos na demanda agregada.

## Oferta

- Eventos exógenos que deslocam a curva de oferta agregada;
- Uma alteração na função de produção da economia, isto é, na quantidade de produto que pode ser gerada utilizando quantidades dadas de capital e trabalho.
- **P. ex.: choques de tecnologia (ou choques de produtividade):** choques relacionados com a tecnologia de produção, novas descobertas, invenções de produto ou melhorias de processos.

# Classificações de choques

## Idiossincráticos

- Afeta adversamente apenas uma instituição, um mercado específico ou uma variável macroeconômica determinada. P. ex., instituição financeira ou o preço de um ativo.

## Sistemáticos

- No extremo, afeta a economia como um todo. P. ex., um choque que afeta todas as instituições financeiras de uma economia.

# Mecanismo de programação de impulso

Choques aleatórios atingem o sistema econômico, que reage gerando ciclos econômicos. Os ciclos resultam da média ou cumulação dessas perturbações aleatórias ao longo do tempo.



# Fatos estilizados dos ciclos econômicos

**Fato estilizado nº 1:** Em economias avançadas, o crescimento do PIB real oscila de maneira recorrente, mas irregular, com uma duração média de cinco a oito anos.

---

**Fato estilizado nº 2:** Medida em relação ao PIB médio e ao processo de crescimento, a amplitude das oscilações do ciclo econômico é pequena.

# Mecanismo de programação de impulso

Esse mecanismo de propagação do impulso é a maneira predominante de pensar sobre ciclos econômicos porque se harmoniza bem com os fatos estilizados. Como são aleatórios, os choques vão gerar ciclos de diferentes tamanhos e magnitudes, como no **Fato Estilizado 1** (ver apêndice C desta apresentação).

---

Se muitos desses impulsos estão relacionados com **inovações tecnológicas permanentes**, não apenas desencadearão ciclos como também, no longo prazo, cumularão em um processo de interminável crescimento.

Isso é coerente como o **Fato Estilizado 2**: no longo prazo, o processo de crescimento (a acumulação de choques positivos) ofusca os ciclos econômicos (a reação à produtividade individual e outros choques).

# O Ciclo de Negócios

A trajetória (caminho) pela economia durante seu ajustamento de volta ao equilíbrio é denominado ciclo de negócios, mesmo se a trajetória possa não ser um ciclo verdadeiro.

---

Embora a economia não estará no equilíbrio de longo prazo durante o ajustamento, ela estará se comportando otimamente durante o ajustamento de volta a esse equilíbrio.

---

A economia está atingindo uma sequência de equilíbrios temporários, em que cada um dos quais é ótimo naquele momento.

# O Ciclo de Negócios

O objetivo tradicional da política de estabilização é acelerar o retorno ao equilíbrio.

---

Isso se torna mais relevante quando as imperfeições do mercado devido, por exemplo, à concorrência monopolística e à inflexibilidade de preços, causam perda de produção e, portanto, bem-estar econômico.

---

A teoria dos ciclos reais de negócios foca nos efeitos dos choques tecnológicos (ou choques de produtividade) na economia.

# Ciclos Econômicos

Para o cálculo dos ciclos econômicos, adota-se o seguinte procedimento:

Seja  $\{y_t\}_{t=1}^T = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_T\}$  uma série temporal **dessazonalizada** e expressa em logaritmos,  $y_t = \log(Y_t)$ .

A variável  $y_t$  pode ser representada como a soma de dois componentes:

- Tendência:  $g_t = \{g_1, g_2, g_3, \dots, g_T\}$
- Ciclo:  $c_t = \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_T\}$

Ou seja

$$y_t = g_t + c_t \quad \text{para } t = 1, \dots, T$$

Conhecido

Desconhecido

A estratégia é determinar, primeiro, a tendência,  $g_t$ , e, depois, o ciclo:

$$c_t = y_t - g_t$$

# Ciclos Econômicos

Para a determinação da tendência, destacam-se as seguintes abordagens:

- **Tendências determinísticas.** Supõe-se que a tendência seja um processo determinístico, que pode ser linear, quadrático ou cúbico (Uribe, 2017; DeJong e Dave, 2011).

$$g_t = \beta_0 + \beta_1 t$$

- **Tendência estocástica.** A tendência segue um processo estocástico, baseando-se em modelos ARIMA(p,d,q) (DeJong e Dave, 2011; Hamilton, 2018).

$$g_t = \mu + g_{t-1} + \varepsilon_t$$

- **Estruturas econômicas.** A ideia básica consiste em supor uma função de produção com o estoque de capital e trabalho de pleno emprego.

$$g_t = a_t + \alpha k_t + (1 - \alpha)n_t^*$$

- **Filtros estatísticos.** As tendências são obtidas a partir de um problema de otimização que minimiza o erro quadrático médio em relação à série observável. Nos casos de filtro de banda (*band-pass*), utilizam-se funções trigonométricas (Hodrick-Prescott, 1997; Baxter-King, 1999; Christiano-Fitzgerald, 2003).

# Propriedades Estatísticas dos Ciclos Econômicos

- **Volatilidade.** Este indicador é capturado pelo desvio padrão do ciclo de uma variável  $\sigma_y = \text{sd}(y_t)$ . Frequentemente, obtém-se a volatilidade relativa  $\sigma_{xy} = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ , onde  $x$  é qualquer variável.

Se  $\sigma_{xy} > 1$ , então  $x$  é mais volátil que  $y$ .

- **Persistência.** Mede-se pelo coeficiente de autocorrelação (de primeira ordem),  $\rho = \text{corr}(y_t, y_{t-1})$ .

Se  $\rho \rightarrow 1$ , então  $y_t$  é muito persistente.

- **Correlação estática.** Mede-se utilizando os coeficientes de correlação contemporânea,  $\text{corr}(y_t, x_t)$

Se  $\text{corr}(y_t, x_t) = 0$ , então diz-se que  $x_t$  é **acíclico** em relação a  $y_t$

Se  $\text{corr}(y_t, x_t) > 0$ , então diz-se que  $x_t$  é **pró-cíclico** em relação a  $y_t$

Se  $\text{corr}(y_t, x_t) < 0$ , então diz-se que  $x_t$  é **contracíclico** em relação a  $y_t$

- **Correlação dinâmica.** Mede-se utilizando os coeficientes de correlação com defasagens no tempo,  $\text{corr}(y_t, x_{t+j})$

$x_t$  é **contemporânea** a  $y_t$ ,  $\text{corr}(y_t, x_{t+0})$

$x_t$  é **adiantada (líder)** em relação a  $y_t$ ,  $\text{corr}(y_t, x_{t-j})$

$x_t$  é **defasada** em relação a  $y_t$ ,  $\text{corr}(y_t, x_{t+j})$

**Filtro Hodrick-Prescott  
(Filtro HP)**

# Filtro Hodrick-Prescott

- Mais conhecido como filtro HP, em referência a seus autores, ver Hodrick e Prescott (1997) e é usado para estimar o componente de tendência de longo prazo de uma série de tempo.
- Sua estimativa considera a escolha de um parâmetro que irá determinar o grau de “aderência” dessa tendência à série de tempo.
- Quanto maior for, mais linear torna-se a tendência de longo prazo estimada.

# Filtro Hodrick-Prescott

- O que é o filtro HP e por que é usado?
- O que é o parâmetro  $\lambda$  e por que ele importa?
- Como Hodrick e Prescott calcularam esse parâmetro?
- HODRICK, R. J.; PRESCOTT, E. C. Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. **Journal of Money, Credit, and Banking**, v. 29, n. 1, February 1997, p. 1–16.
- Técnica estatística utilizada para separar o componente cíclico de uma série de dados.

# O que é o Filtro HP e por que é usado?

- Considere que a série  $y_t$  possui um componente tendencial ( $\tau_t$ ) e um componente cíclico ( $c_t$ ), de tal modo que  $y_t = \tau_t + c_t + \varepsilon_t$
- Para um dado valor positivo de  $\lambda$ , existirá um componente tendencial que irá resolver:

$$\min_{\tau} \left( \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \right)$$

## O que é o Filtro HP e por que é usado?

- O primeiro termo da equação é a soma do desvio quadrado,  $d_t = y_t - \tau_t$ , que penaliza o componente cíclico.
- Minimizar o primeiro termo penaliza o componente cíclico, ou seja, torna esse termo tão pequeno quanto possível.

# O que é o Filtro HP e por que é usado?

$$\min_{\tau} \left( \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \right)$$

- O segundo termo é um multiplicador  $\lambda$  da soma dos quadrados das segundas diferenças do componente de tendência.
- Este segundo termo penaliza variações na taxa de crescimento do componente tendencial.

# O que é o parâmetro $\lambda$ e por que ele importa?

O parâmetro  $\lambda$ , ou multiplicador de Lagrange, desempenha um papel fundamental na aplicação do filtro HP:

- Quando  $\lambda \rightarrow 0$ , a tendência é igual à série observada,  $g_t = y_t$
- Quando  $\lambda \rightarrow \infty$ , a tendência é uma linha determinística,  $g_t = \beta_0 + \beta_1 t$

Hodrick e Prescott sugerem um valor aproximadamente igual à razão das variâncias do ciclo e da segunda diferença da tendência:

$$\lambda = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_{\Delta^2 g}^2}$$

Em termos práticos,  $\lambda$  depende da frequência das séries. Assim:

- $\lambda = 100$  para dados anuais
- $\lambda = 1600$  para dados trimestrais
- $\lambda = 14400$  para dados mensais

# O que é o parâmetro $\lambda$ e por que ele importa?

- O parâmetro  $\lambda$  determina a suavização do componente de tendência.
  - Quanto maior for o valor do  $\lambda$ , maior será a penalidade no segundo termo.
  - Quanto mais suave for o componente de tendência, mais o componente cíclico conta para os dados.
  - O componente cíclico terá maiores magnitudes, bem como irá apresentar longos ciclos.

## Como Hodrick e Prescott calcularam esse parâmetro?

- ▶ Eles usaram a *rationale* econômica básica e experiência: tamanho do componente cíclico e variabilidade do componente de tendência.
- ▶ Basearam-se nos dados trimestrais dos EUA, 1950-1979.

## Como Hodrick e Prescott calcularam esse parâmetro?

Hodrick e Prescott sugerem  $\lambda = 1600$  para dados trimestrais.

Ravn e Uhlig (2002) sugerem  $\lambda = 6,25$  para dados anuais e  $\lambda = 129600$  para dados mensais.

RAVN, M.; UHLIG, H. On adjusting the Hodrick-Prescott filter for the frequency of observations. The Review of Economics and Statistics, v. 84, n. 2, 2002,

## Exercício

- Vamos decompor a série original do Consumo das Famílias, usando o Filtro HP.

File Edit Object View Proc Quick Options Add-ins Window Help

Command

View Proc Object Save Snapshot Freeze Details+/- Show Fetch Store Delete Genr Sample

Range: 1996Q1 2021Q4 -- 104 obs  
Sample: 1996Q1 2021Q4 -- 104 obs

-  c
-  cf
-  data
-  pib
-  resid

Con

[illegible]

# Filtro Hodrick-Prescott

- O filtro produz duas estimativas, uma para a série filtrada, ou seja, a estimativa de tendência de longo prazo e uma outra para o ciclo, que é a diferença entre a série original e filtrada. Escolha um nome para cada uma das opções: “cf\_trend” e “cf\_cycle”.
- Como temos dados trimestrais, o parâmetro de alisamento é de 1600, conforme *default* do Eviews.

| View                                                                                                                          | Proc | Object   | Properties | Print | Name | Freeze | Default | Sort | Edit+/- | Smpl+/- | Adjust+/- | Label+/- | Wide+/- | Title | Sample | Genr |  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|----------|------------|-------|------|--------|---------|------|---------|---------|-----------|----------|---------|-------|--------|------|--|
| cf                                                                                                                            |      |          |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| Last updated: 06/11/22 - 09:16                                                                                                |      |          |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| Imported from 'C:\Users\User\Documents\Sergio\Disciplinas\Econometria II\novos dados\dados trimestrais\dados_trimestrais.xls' |      |          |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1996Q1                                                                                                                        |      | 125685.0 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1996Q2                                                                                                                        |      | 132510.9 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1996Q3                                                                                                                        |      | 142658.3 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1996Q4                                                                                                                        |      | 156087.5 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1997Q1                                                                                                                        |      | 147807.9 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1997Q2                                                                                                                        |      | 154446.5 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1997Q3                                                                                                                        |      | 157597.8 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1997Q4                                                                                                                        |      | 161953.6 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1998Q1                                                                                                                        |      | 157102.9 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1998Q2                                                                                                                        |      | 159193.9 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1998Q3                                                                                                                        |      | 163447.3 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1998Q4                                                                                                                        |      | 163186.8 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1999Q1                                                                                                                        |      | 164892.7 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1999Q2                                                                                                                        |      | 170252.1 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1999Q3                                                                                                                        |      | 178811.4 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 1999Q4                                                                                                                        |      | 189576.2 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2000Q1                                                                                                                        |      | 176025.2 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2000Q2                                                                                                                        |      | 189995.9 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2000Q3                                                                                                                        |      | 200011.6 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2000Q4                                                                                                                        |      | 208493.2 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2001Q1                                                                                                                        |      | 176025.2 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2001Q2                                                                                                                        |      | 189995.9 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2001Q3                                                                                                                        |      | 200011.6 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2001Q4                                                                                                                        |      | 208493.2 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2002Q1                                                                                                                        |      | 215912.9 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2002Q2                                                                                                                        |      | 225796.0 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2002Q3                                                                                                                        |      | 233655.4 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2002Q4                                                                                                                        |      | 246171.6 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2003Q1                                                                                                                        |      | 257432.1 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2003Q2                                                                                                                        |      | 260277.1 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2003Q3                                                                                                                        |      | 267444.7 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2003Q4                                                                                                                        |      | 277306.4 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2004Q1                                                                                                                        |      | 274159.5 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2004Q2                                                                                                                        |      | 284833.5 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2004Q3                                                                                                                        |      | 301880.7 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2004Q4                                                                                                                        |      | 317821.4 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2005Q1                                                                                                                        |      | 308544.1 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2005Q2                                                                                                                        |      | 321751.9 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2005Q3                                                                                                                        |      | 332896.0 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2005Q4                                                                                                                        |      | 350103.8 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |
| 2006Q1                                                                                                                        |      | 345001.8 |            |       |      |        |         |      |         |         |           |          |         |       |        |      |  |

Hodrick-Prescott Filter

Output series

Smoothed series:

Cycle series:

Blank fields will not generate

Smoothing Parameter

Lambda:

☒ Edit lambda directly

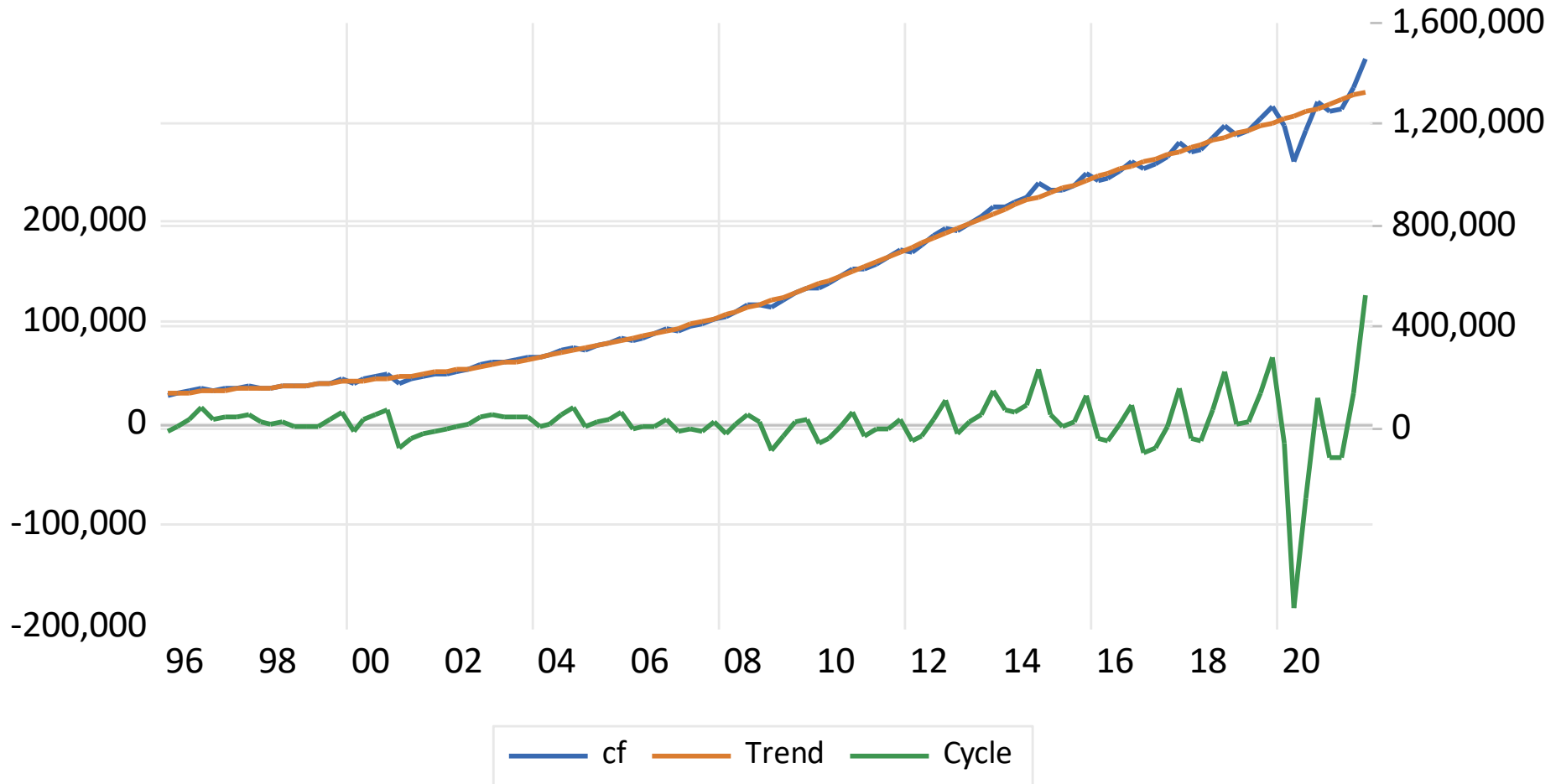
☐ Set lambda by Ravn Uhlig frequency rule

Power:

Power does not matter for quarterly

OK Cancel

Hodrick-Prescott Filter (lambda=1600)



View Proc Object Save Snapshot Freeze Details+/- Show Fetch Store Delete Genr Sample

Range: 1996Q1 2021Q4 -- 104 obs

Sample: 1996Q1 2021Q4 -- 104 obs

☒ c  
☒ cf  
☒ cf\_cycle  
☒ cf\_trend  
☒ data  
☒ pib  
☒ resid

|                            |         |                    |
|----------------------------|---------|--------------------|
| Open                       |         | as Group           |
| Preview                    | F9      | as Equation...     |
| Copy                       | Ctrl+C  | as Factor...       |
| Copy Special...            |         | as VAR...          |
| Paste                      | Ctrl+V  | as System...       |
| Paste Special...           |         | as Multiple series |
| Fetch from DB...           |         |                    |
| Update...                  | Ctrl+F5 |                    |
| Store to DB...             |         |                    |
| Export to file...          |         |                    |
| Manage Links & Formulae... |         |                    |
| Rename...                  |         |                    |
| Delete                     |         |                    |

| View   | Proc | Object | Print    | Name      | Freeze   | Default  | Sort | Edit+/- | Smpl+/- | Compare+/- | Transpose+/- | Title | Sample |
|--------|------|--------|----------|-----------|----------|----------|------|---------|---------|------------|--------------|-------|--------|
|        |      |        |          | CF        | CF_CYCLE | CF_TREND |      |         |         |            |              |       |        |
| 1996Q1 |      |        | 125685.0 | -7279.159 | 132964.2 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1996Q2 |      |        | 132510.9 | -3456.740 | 135967.6 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1996Q3 |      |        | 142658.3 | 3691.881  | 138966.4 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1996Q4 |      |        | 156087.5 | 14133.46  | 141954.0 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1997Q1 |      |        | 147807.9 | 2881.981  | 144926.0 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1997Q2 |      |        | 154446.5 | 6559.870  | 147886.7 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1997Q3 |      |        | 157597.8 | 6755.457  | 150842.4 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1997Q4 |      |        | 161953.6 | 8150.257  | 153803.4 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1998Q1 |      |        | 157102.9 | 318.6080  | 156784.3 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1998Q2 |      |        | 159193.9 | -610.8117 | 159804.8 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1998Q3 |      |        | 163447.3 | 562.7196  | 162884.6 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1998Q4 |      |        | 163186.8 | -2856.432 | 166043.3 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1999Q1 |      |        | 164892.7 | -4407.952 | 169300.6 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1999Q2 |      |        | 170252.1 | -2422.596 | 172674.7 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1999Q3 |      |        | 178811.4 | 2630.748  | 176180.7 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 1999Q4 |      |        | 189576.2 | 9743.790  | 179832.4 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2000Q1 |      |        | 176025.2 | -7620.125 | 183645.4 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2000Q2 |      |        | 189995.9 | 2354.988  | 187640.9 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2000Q3 |      |        | 200011.6 | 8175.777  | 191835.8 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2000Q4 |      |        | 208493.2 | 12244.93  | 196248.3 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2001Q1 |      |        | 176025.2 | -24876.49 | 200901.7 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2001Q2 |      |        | 189995.9 | -15831.10 | 205827.0 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2001Q3 |      |        | 200011.6 | -11027.94 | 211039.5 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2001Q4 |      |        | 208493.2 | -8051.655 | 216544.9 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2002Q1 |      |        | 215912.9 | -6428.794 | 222341.7 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2002Q2 |      |        | 225796.0 | -2627.564 | 228423.6 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2002Q3 |      |        | 233655.4 | -1124.659 | 234780.1 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2002Q4 |      |        | 246171.6 | 4772.424  | 241399.2 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2003Q1 |      |        | 257432.1 | 9164.045  | 248268.1 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2003Q2 |      |        | 260277.1 | 4900.090  | 255377.0 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2003Q3 |      |        | 267444.7 | 4722.784  | 262722.0 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2003Q4 |      |        | 277306.4 | 7004.530  | 270301.9 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2004Q1 |      |        | 274159.5 | -3959.296 | 278118.8 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2004Q2 |      |        | 284833.5 | -1345.523 | 286179.0 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2004Q3 |      |        | 301880.7 | 7394.336  | 294486.4 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2004Q4 |      |        | 317821.4 | 14777.44  | 303043.9 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2005Q1 |      |        | 308544.1 | -3315.193 | 311859.3 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2005Q2 |      |        | 321751.9 | 802.4243  | 320949.5 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2005Q3 |      |        | 332896.0 | 2566.869  | 330329.2 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2005Q4 |      |        | 350103.8 | 10090.15  | 340013.7 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2006Q1 |      |        | 345001.8 | -5018.213 | 350020.0 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2006Q2 |      |        | 355817.1 | -4554.228 | 360371.3 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2006Q3 |      |        | 368733.9 | -2353.755 | 371087.7 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2006Q4 |      |        | 386662.8 | 4476.388  | 382186.4 |          |      |         |         |            |              |       |        |
| 2007Q1 |      |        | 384998.9 | -8684.277 | 393683.2 |          |      |         |         |            |              |       |        |

# Filtro Hodrick-Prescott

- É simples vocês confirmarem como que se obtém a série de ciclo, bastando fazer:

$$Cf\_cycle = cf - cf\_trend$$

Ou seja, o ciclo representa a diferença da série original em relação a sua tendência de longo prazo.

# Filtro Hodrick-Prescott

- O resultado “cf\_cyle” é visto muitas vezes como “gap” ou hiato!
- Valores acima de zero significam que estamos acima da tendência de longo prazo.
- Valores abaixo de zero são indicações de que estamos abaixo da tendência de longo prazo.

# Choques temporários e choques permanentes

Suponha que a tendência em uma série temporal  $y$  possa ser representada por uma tendência temporal, como em:

$$y_t = \alpha + \beta t \quad (1)$$

A equação (1) mostra que  $y$  se eleva de um montante  $\beta$  em cada período. Ao subtrair  $y_{t-1} = \alpha + \beta(t-1)$  de cada lado da equação (1), temos:

$$\underbrace{y_t - y_{t-1}}_{\Delta y_t} = (\alpha + \beta t) - [\alpha + \beta(t-1)] \quad (2)$$

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t - \alpha - \beta t + \beta$$

$$y_t - y_{t-1} = \beta \quad \text{ou} \quad \Delta y_t = \beta \quad (3)$$

# Choques temporários e choques permanentes

Em que  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$  são as primeiras diferenças de  $y$ . A equação (2) mostra que  $y$  sobe cerca de  $\beta$  a cada período. As equações (1) e (3) são equivalentes entre si. No entanto, suponha que se adicione um choque  $\varepsilon_t$  na equação (1). Assim, teremos:

$$y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t$$

$$\underbrace{y_t - y_{t-1}}_{\Delta y_t} = (\alpha + \beta t + \varepsilon_t) - [\alpha + \beta(t-1) + \varepsilon_{t-1}]$$

$$\Delta y_t = (\alpha + \beta t + \varepsilon_t) - [\alpha + \beta t - \beta + \varepsilon_{t-1}]$$

$$\Delta y_t = \beta + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} \quad (4)$$

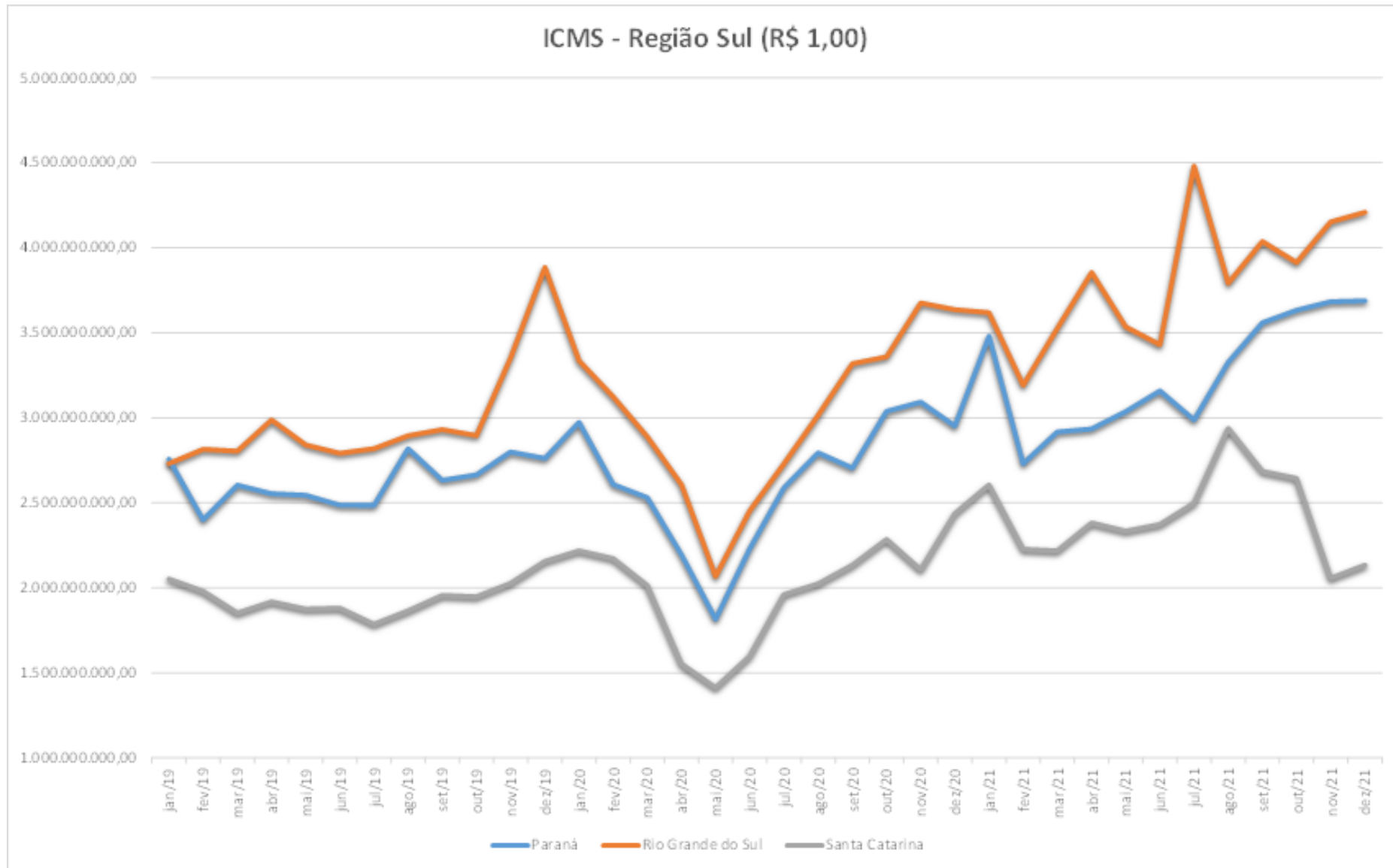
Note que:

$$y_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2} + \cdots + \varepsilon_0$$

# Choques temporários e choques permanentes

- **Em séries estacionárias, o choque é temporário:** se o efeito de um **choque** sobre a variável de interesse for **temporário**, então a série reverte para sua média de longo prazo após o choque. **A tendência da série pode ser removida diretamente:**
- **Em séries não estacionárias, o choque é permanente:** se o efeito o **choque** sobre a variável de interesse for **permanente**, então a série se comporta como um passeio aleatório (*random walk*), e a média e/ou variância da série apresentam uma dependência no tempo. **Há a necessidade de diferenciar a série para torná-la estacionária.**

# Choques temporários e choques permanentes



**Choque tecnológico permanente (ou  
choque permanente na produtividade)**

# O Ciclo de Negócios

Nossa análise anterior assume que a economia é não-estocástica. Logo, presume-se que o choque tecnológico é conhecido para toda a economia no momento em que esse choque ocorre.

Um choque tecnológico desloca a função de produção para cima.

Para cada valor do estoque de capital  $k$ , existirá um aumento no produto  $y$  e, portanto, na produtividade marginal do capital  $F'(k)$ .

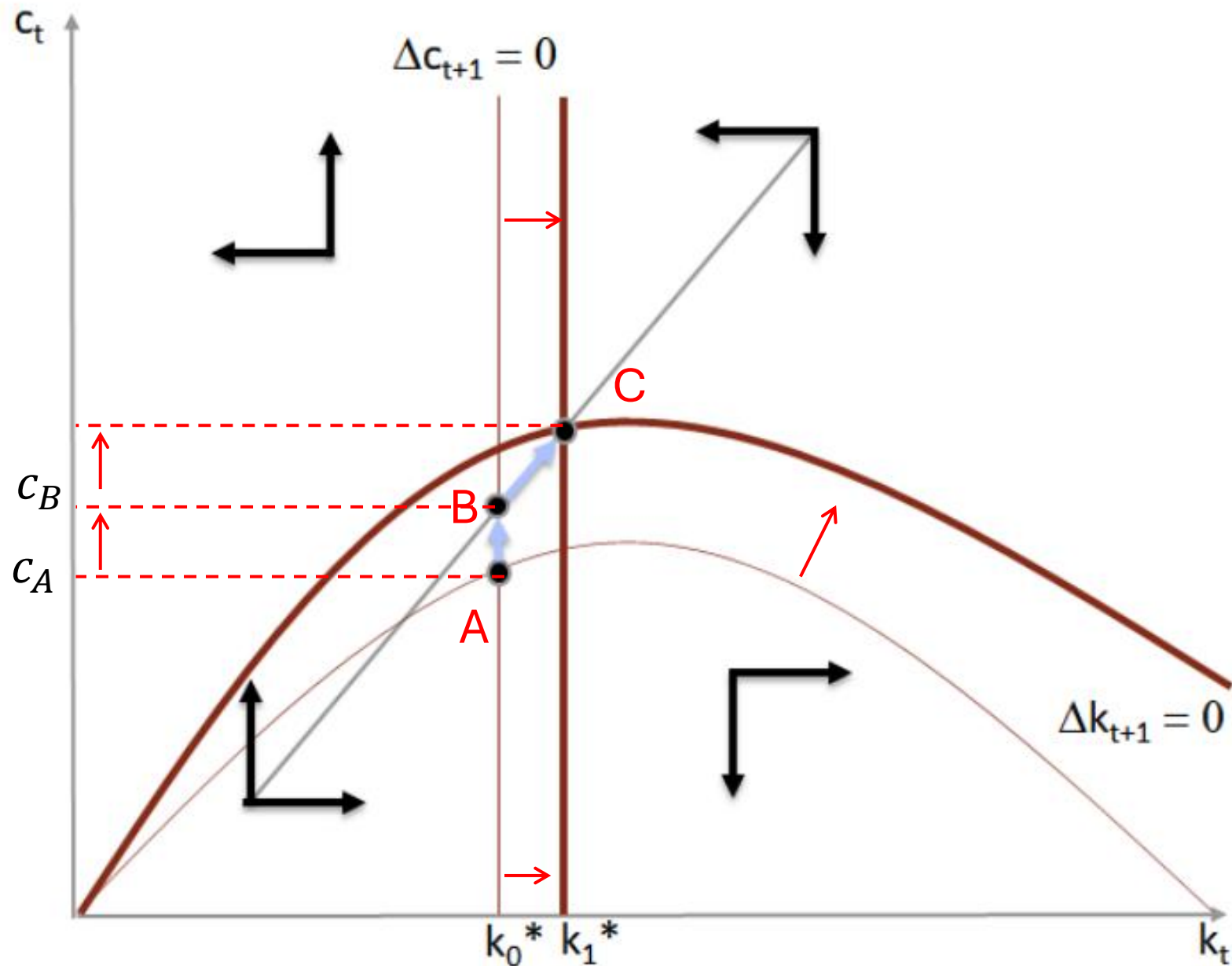
# Choque permanente na produtividade

Considere que a produtividade aumentou permanentemente na economia. Dados os resultados anteriores, ter-se-ia:

- (i) Estoque de capital maior no equilíbrio de longo prazo;
- (ii) Consumo maior no equilíbrio de longo prazo;

Como alcançar esse equilíbrio?

# Choques tecnológicos permanentes



## **Choque Permanente de Produtividade: Exemplo**

# Choques tecnológicos permanentes

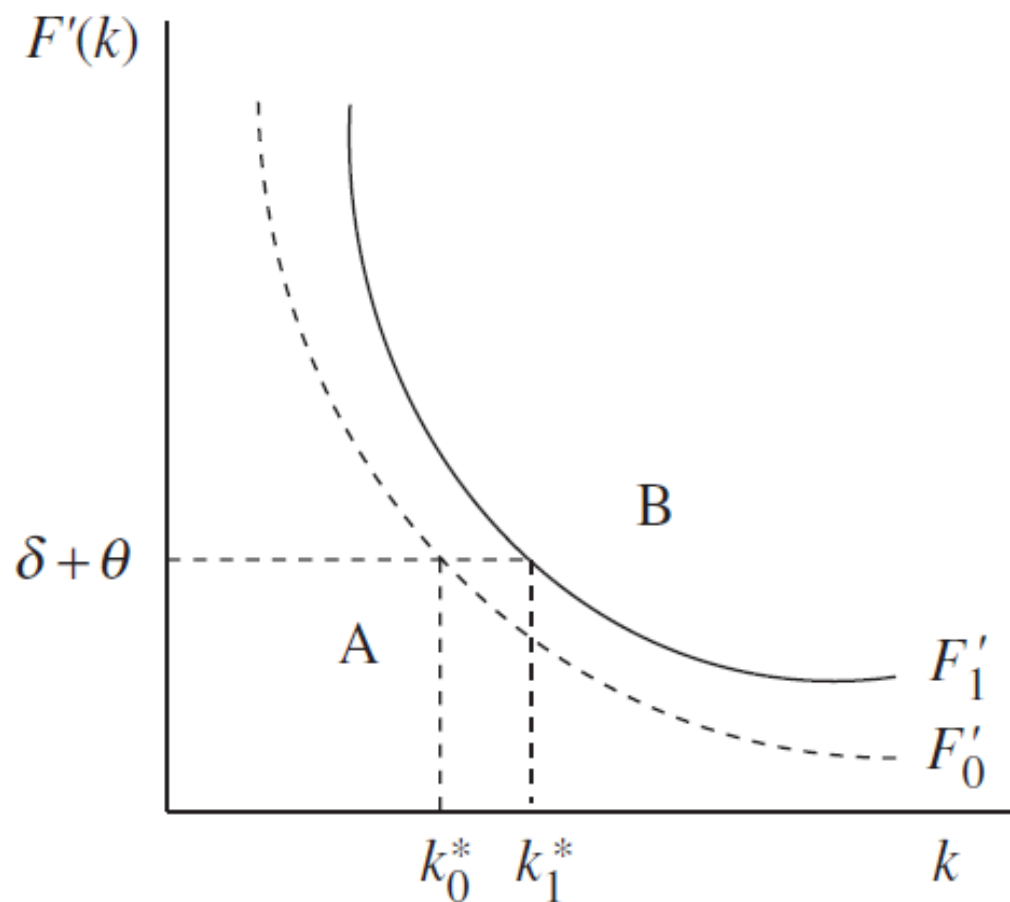


**Figure 2.11.** The effect on capital of a positive technology shock.

# Choques tecnológicos permanentes

**Processo de ajustamento:** um choque tecnológico positivo aumenta a produtividade marginal do capital de  $F'_0$  para  $F'_1$ , conforme figura 2.11.

---

Como  $\delta + \theta$  não se altera, o nível ótimo de equilíbrio de longo prazo do capital se eleva de  $k_0^*$  para  $k_1^*$ .

---

O ponto de equilíbrio se move de  $A$  para  $B$ .

# Choques tecnológicos permanentes

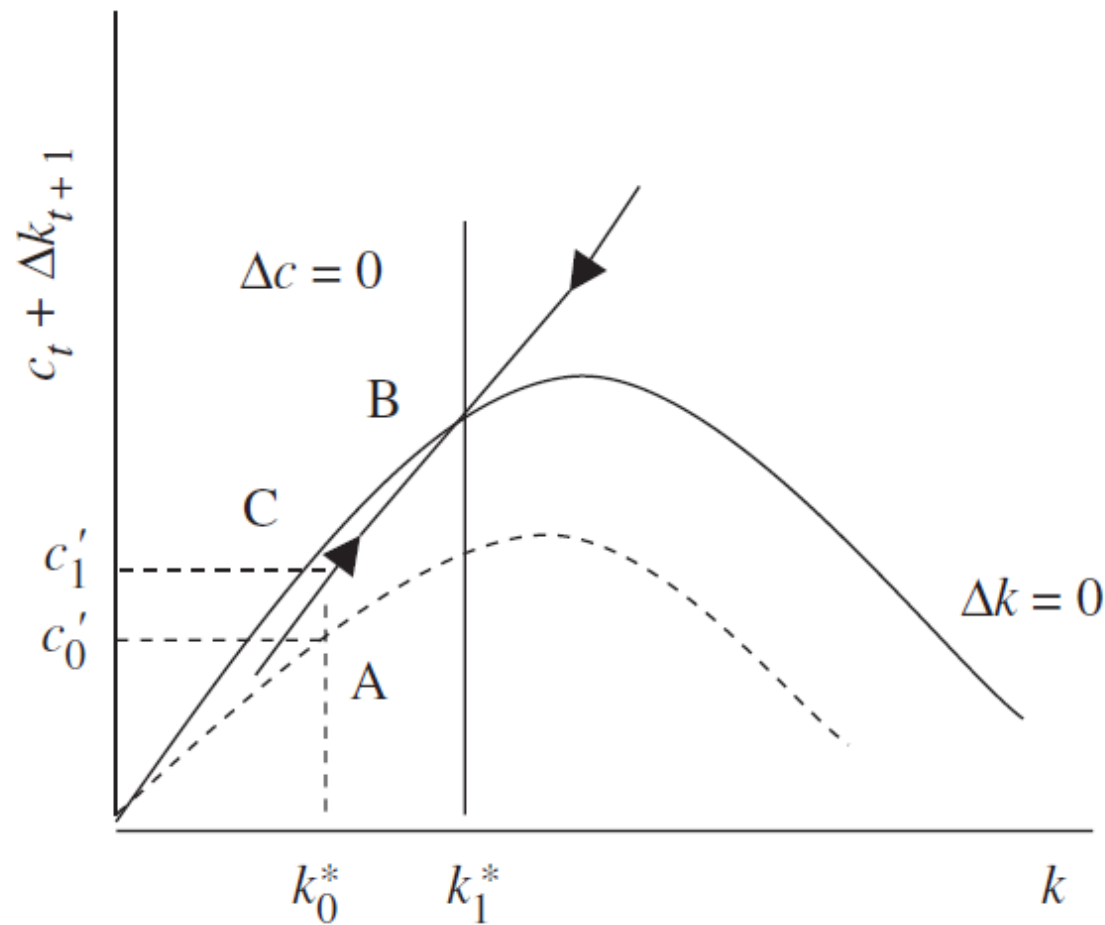


**Figure 2.12.** The effect on consumption of a positive technology shock.

# Choques tecnológicos permanentes

Na Figura 2.12, um choque tecnológico positivo muda a curva que relaciona o consumo ao estoque de capital para cima.

O equilíbrio original estava em  $A$ , o novo equilíbrio está em  $B$ , e o “**caminho de sela**” (*saddlepath*) passa por  $B$ .

No tempo  $t = 0$ , o estoque de capital é fixado em  $k_0^*$ . Como o aumento da produtividade eleva o produto no período  $t$ , e o estoque de capital é fixo, o consumo irá aumentar no período  $t$  de modo que a economia se mova de  $A$  para  $C$ .

# Choques tecnológicos permanentes

Em outras palavras, o consumo de move de  $c'_0$  para  $c'_1$ , do ponto  $A$  para o ponto  $C$  no novo caminho de sela.

Haverá um investimento extra no período  $t$ . No período  $t + 1$ , esse investimento irá provocar um aumento no estoque de capital, que irá produzir um aumento no produto e no consumo.

No período  $t + 1$ , a economia começa a se mover ao longo do caminho de sela, em passos declinantes geometricamente, até alcançar o novo equilíbrio em  $B$ .

# Choques tecnológicos permanentes

Ou seja, o consumo e o estoque de capital convergem ao longo do tempo para novo equilíbrio no estado estacionário: ponto *B*.

---

Portanto, um choque tecnológico positivo permanente causa um aumento no estoque de capital e no consumo.

---

Mas no primeiro período – curto prazo – somente o consumo aumenta.

**Choque tecnológico temporário (ou  
choque transitório na produtividade)**

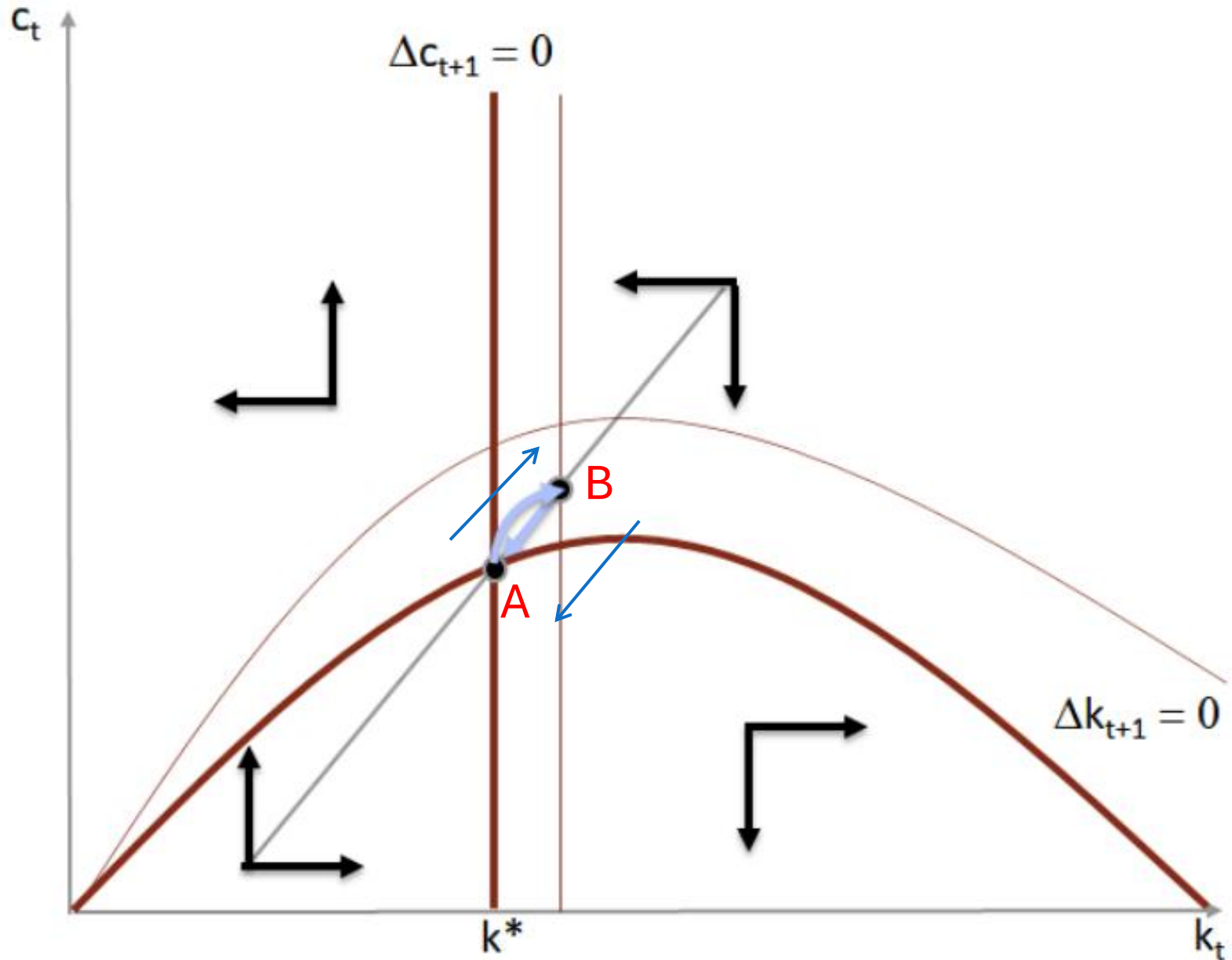
# Choques tecnológicos temporários

Considere que a produtividade aumentou transitoriamente. Dados os resultados anteriores, ter-se-ia:

- (i) Estoque de capital se mantém igual no equilíbrio de longo prazo;
- (ii) Consumo também se mantém igual no equilíbrio de longo prazo.

Mas nada se altera? Se o choque durar apenas um período, esse aumento será todo consumido, pois não faz sentido deixar para amanhã – acumular capital – se isso significa estar acima do capital no equilíbrio de longo prazo. Mas e se esse choque durar alguns períodos?

# Choques tecnológicos temporários



# Choques tecnológicos temporários

Se a economia estiver sujeita a uma série de choques tecnológicos temporários, então não há mudanças nos níveis de consumo e de capital de equilíbrio de longo prazo.

Esses choques são independentes, de apenas um período, alguns positivos e outros negativos, mas na média assumem valor zero.

**Choque tecnológico positivo:** um choque tecnológico positivo que dura um período e aumenta a produção no período  $t$  é, portanto, consumido e nenhum investimento líquido ocorre. No período  $t + 1$ , o nível de equilíbrio original do consumo é restaurado.

# Choques tecnológicos temporários

**Choque tecnológico negativo:** o consumo decresce.

---

Em resumo, no caso de um choque tecnológico temporário,  $k^*$  não se altera, ao passo que o consumo é temporariamente ajustado para absorver o referido choque.

---

.

**Introdução**

**Dinâmica da Solução Ótima**

**Ciclos Reais de Negócios e Choques  
(Permanentes e Temporários)**

**Mercado de Trabalho**

# Relembrando...

Explicitamente

- No modelo básico, não há mercado de trabalho.

Implicitamente

- As famílias (residentes) estão envolvidos na produção, e gastam uma dada quantidade fixa de tempo trabalhando.

# Hipóteses

---

Na versão anterior do Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans, existe a hipótese implícita de que a quantidade de horas trabalhadas é constante.

---

Antes, no modelo básico, considerava-se  $n_t = 1$ .

---

Para se introduzir a escolha acerca das horas trabalhada, é necessário modelar a escolha entre lazer e trabalho.

# Hipóteses

(i) As famílias (residentes) podem escolher tempo no trabalho ( $n_t$ ) e tempo no lazer ( $l_t$ ). Ou seja,  $n_t$  são as horas trabalhadas, e  $l_t$  são as horas de lazer.

Assume-se que apenas o lazer fornece utilidade diretamente.

O trabalho fornece utilidade indiretamente ao gerar renda para o consumo.

Essa hipótese permite derivar uma função de oferta de trabalho e uma taxa salarial implícita. Na prática, as pessoas podem escolher se trabalham ou não, mas elas tem liberdade limitada no número de horas que elas podem escolher.

# Hipóteses

(ii) A quantidade total de tempo disponível para todas as atividades é normalizado para 1:  $n_t + l_t = 1$

Agora, as famílias (residentes) tem uma escolha entre trabalho ( $n_t$ ) e lazer ( $l_t$ ).

.

# Hipóteses

(iii) A função utilidade  $U(c_t, l_t)$  é crescente e côncava, com  $U_c > 0$ ,  $U_l > 0$ ,  $U_{cc} \leq 0$  e  $U_{ll} \leq 0$

Em outras palavras, existe uma utilidade marginal positiva, mas decrescente para o consumo e o lazer.

Assume-se que  $U_{cl} = 0$ , o que exclui a substituição entre consumo e lazer.

# Hipóteses

(iv) Assume-se que o trabalho é um segundo fator de produção, de modo que a função de produção se torna  $F(k_t, n_t)$ , a qual satisfaz as condições de Inada.

Isto é:  $F_k > 0$ ,  $F_{kk} \leq 0$ ,  $F_n > 0$ ,  $F_{nn} \leq 0$ ,  $F_{kn} \geq 0$ ,  
 $\lim_{k \rightarrow \infty} F_k = 0$ ,  $\lim_{k \rightarrow 0} F_k = \infty$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} F_n = 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow 0} F_n = \infty$ .

.

# Hipóteses

(v) Assume-se que a economia maximiza a utilidade descontada sujeita à restrição nacional de recursos e à restrição do mercado de trabalho:

Restrição de recursos da economia (PIB agora é função do capital e do trabalho):

$$F(k_t, n_t) = c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t$$

Restrição no mercado de trabalho:  $n_t + l_t = 1$

Seria mais conveniente substituir  $l_t$  por  $1 - n_t$ . Por questões de transparência, a restrição do mercado de trabalho será introduzida explicitamente.

# Otimização

Função Lagrangeana:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_t &= \sum_{s=t}^{\infty} \{ \beta^s U(c_{t+s}, l_{t+s}) \\ &+ \lambda_{t+s} [F(k_{t+s}, n_{t+s}) - c_{t+s} - k_{t+s+1} + (1 - \delta)k_{t+s}] \\ &+ \mu_{t+s} [1 - n_{t+s} - l_{t+s}] \} \end{aligned}$$

Que é maximizada em relação a  $\{c_{t+s}, l_{t+s}, n_{t+s}, k_{t+s+1}, \lambda_{t+s}, \mu_{t+s}; s \geq 0\}$

# Otimização

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_{t+s}} = \beta^s U_{c,t+s} - \lambda_{t+s} \quad s \geq 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial l_{t+s}} = \beta^s U_{l,t+s} - \mu_{t+s} \quad s \geq 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial n_{t+s}} = \lambda_{t+s} F_{n,t+s} - \mu_{t+s} \quad s \geq 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial k_{t+s}} = \lambda_{t+s} [F_{k,t+s} + 1 - \delta] - \lambda_{t+s-1} = 0 \quad s > 0 \quad (2.28)$$

# Escolhas intra e intertemporais

Equação de Euler para  $s = 1$ :

$$\beta \left( \frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \right) [F_{k,t+1} + 1 - \delta] = 1 \quad (2.29)$$

Eliminando  $\lambda_{t+s}$  e  $\mu_{t+s}$  das condições de primeira ordem para consumo, lazer e emprego fornece, para  $s = 0$ :

$$U_{l,t} = U_{c,t} F_{n,t} \quad (2.30)$$

Interpretação: se o residente fornece uma unidade extra de tempo para o trabalho, o produto marginal é  $F_{n,t}$ . O ganho de utilidade marginal de consumir essa produção extra é  $U_{c,t} F_{n,t}$ . Isso deve ser igual à utilidade marginal do lazer.

# Principais resultados

Prova: Considere desistir de  $dl_t = -dn_t < 0$  unidades de lazer.

A perda de utilidade é dada por  $U_{l,t}dl_t < 0$ , que é o lado esquerdo da equação (2.30).

Isso é compensado por um aumento na utilidade devido à produção de produto extra de  $F_{n,t}dn_t = -F_{n,t}dl_t$ .

Quando consumido, cada unidade de produto fornece uma utilidade extra de  $U_{c,t}$ , implicando em um aumento total na utilidade de  $-U_{c,t}F_{n,t}dl_t > 0$ , que é o lado direito da equação (2.30) quando  $dl_t = 1$ .

# Equilíbrio de longo prazo

Determine que  $U_{c,t+1} = U_{c,t} = U_c$  e  $F_{k,t+1} = F_k$  na equação de Euler. No equilíbrio em estado estacionário (isto é, no equilíbrio de longo prazo), a solução de longo prazo para o capital é obtida da seguinte forma:

$$F_k = \theta + \delta$$

Onde  $\beta = 1/(1 + \theta)$

A solução de longo prazo para o consumo é obtida a partir da restrição de recursos. Dado  $c$  e  $k$ , resolve-se para  $l_t$  e  $n_t$  a partir da equação (2.30) e da restrição do mercado de trabalho.

# Principais resultados

As soluções de curto prazo para  $c_t$  e  $k_t$  são as mesmas como antes. As dinâmicas de curto prazo para  $l_t$  e  $c_t$  são similares.

Teorema de Euler: quando se tem funções homogêneas de grau um, ou seja, quando se dobra os insumos, a produção dobra.

.

# Taxa Salarial e Taxa de Retorno do Capital

Assume-se que a tecnologia exibe retornos constantes de escala. Então, a função de produção é uma função linearmente homogênea de grau um. Assim:

$$F(k_t, n_t) = F_{n,t}n_t + F_{k,t}k_t \quad (2.31)$$

Interpretação: o valor total do produto é dividido entre trabalho e capital. O primeiro termo do lado direito da equação (2.31) é a parcela do trabalho. Já o segundo termo é a parcela do capital.

Com dois fatores de produção, isso significa também que o produto nacional é igual à renda nacional.

# Taxa Salarial e Taxa de Retorno do Capital

Assim, como  $F_{k,t}k_t$  é a renda do capital, a taxa salarial real é dada por:  $F_{n,t} = w_t$

---

Interpretação: se o trabalho paga seu produto marginal, então trata-se da taxa salarial real.

---

Ou seja, cada unidade do trabalho tendo um custo igual à taxa salarial. Logo,  $F_{n,t}$  é o salário implícito no modelo básico.

# Taxa Salarial e Taxa de Retorno do Capital

O retorno (líquido) do capital ( $r_t$ ), também conhecido por taxa de retorno do capital, é dada por:  $F_{k,t} - \delta = r_t$

---

Interpretação: se o capital paga seu produto marginal, então trata-se da taxa de retorno do capital.

---

Ou seja, cada unidade do trabalho tendo um custo igual à taxa salarial. Logo,  $F_{k,t} - \delta$  é a taxa de retorno do capital no modelo básico.

# Retornos constantes de escala

Uma função  $f(x, y)$  que é homogênea de grau  $\alpha$  satisfaz  $\lambda^\alpha f(x, y) = f(\lambda x, \lambda y)$ .

Alternativamente, tomando-se a expansão de primeira ordem da função de produção  $F(k_t, n_t)$  sobre  $k_t = n_t = 0$ , que daria a aproximação  $F(k_t, n_t) \cong F_{n,t}n_t + F_{k,t}k_t$ .

# Salário real

A equação (2.31) pode ser reescrita como se segue:

$$F(k_t, n_t) = \underbrace{w_t}_{F_{n,t}} n_t + \underbrace{(r_t + \delta)}_{F_{k,t}} k_t$$

O salário real pode ser expresso por:

$$w_t = \frac{F(k_t, n_t) - (r_t + \delta)k_t}{n_t}$$

# Salário real no estado estacionário

No estado estacionário (isto é, no equilíbrio de longo prazo), quando  $r^* = \theta$ , as equações se tornam:

$$F(k^*, n^*) = w^* n^* + (\theta + \delta) k^*$$

O salário real pode ser expresso por:

$$w^* = \frac{F(k^*, n^*) - (\theta + \delta) k^*}{n^*}$$

# Salário real no estado estacionário

O trabalho (mão-de-obra) não estava incluído explicitamente no modelo básico anterior.

No Modelo Ramsey-Cass-Koopmans, ao se assumir horas trabalhadas constantes ( $n_t = 1$ ), então o trabalho foi incluído implicitamente. O salário real seria dado então por:

$$w_t = F(k_t, 1) - F_{k,t}k_t = F(k_t) - (r_t + \delta)k_t$$

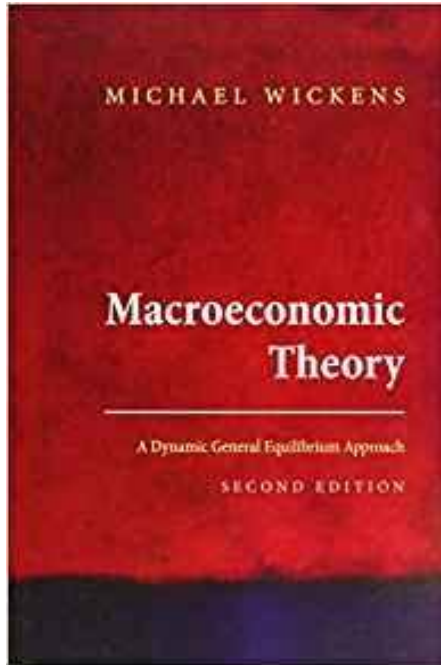
No equilíbrio, tem-se:

$$w^* = F(k^*) - (\theta + \delta)k^*$$

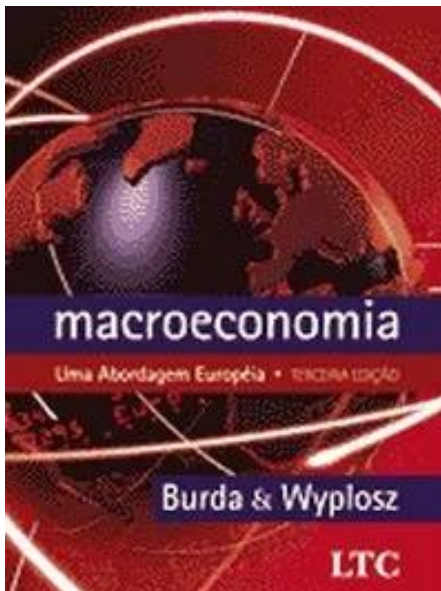
## Em resumo

Quando as famílias (os residentes) podem escolher o quanto trabalhar, e elas determinam a taxa salarial e a taxa de retorno do capital explicitamente, as soluções para consumo e capital não mudam em comparação com o modelo básico (isto é, o modelo sem o mercado de trabalho).

# Referências bibliográficas



## Capítulo 2



## Capítulo 10

# Referências bibliográficas

COSTA FILHO. J. R. **Macroeconomica Dinâmica**. Curso de Capacitação. Brasília, 2024.

COSTA JUNIOR, C. J. **Um Curso de DSGE: Fricções**. Curso de Capacitação. Brasília, 2023.

# ***Obrigado!***

Contato:

---

***PROF. DR. SÉRGIO RICARDO DE BRITO GADELHA***

E-mail: [sergio.gadelha@idp.edu.br](mailto:sergio.gadelha@idp.edu.br) e [professor.sergio.Gadelha@gmail.com](mailto:professor.sergio.Gadelha@gmail.com)

Sítio eletrônico: <https://sergiorbgadelha.com.br/>

## **Apêndice: A Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal**

**Descrição**

# Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

---

A fronteira de possibilidade de produção está associada com uma função de produção que tem mais do que um tipo de produto, e um ou mais insumos.

---

Mensura-se a combinação máxima de cada tipo de produto que pode ser produzido usando uma quantidade fixa de fatores. O resultado é uma função côncava no espaço do produto das quantidades produzidas.

---

A fronteira de possibilidade de produção intertemporal está associada com produtos em diferentes pontos no tempo e é derivada da restrição de recursos da economia.

# Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

Isso fornece a segunda relação entre  $c_t$  e  $c_{t+1}$ , a qual é obtida pela combinação de restrições de recursos para os períodos  $t$  e  $t + 1$  para eliminar  $k_{t+1}$ .

O resultado é a restrição de recursos intertemporal de dois períodos (ou fronteira de possibilidade de produção intertemporal):

$$c_{t+1} = f(k_{t+1}) - k_{t+2} + (1 - \delta)k_{t+1}$$

Mas:  $k_{t+1} = f(k_t) + (1 - \delta)k_t - c_t$

Logo:

# Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

$$\begin{aligned} c_{t+1} &= F \left[ \underbrace{f(k_t) + (1 - \delta)k_t - c_t}_{k_{t+1}} \right] - k_{t+2} \\ &+ (1 - \delta) \left[ \underbrace{f(k_t) + (1 - \delta)k_t - c_t}_{k_{t+1}} \right] \end{aligned} \quad (2.18)$$

A equação (2.18) fornece a relação côncava entre  $c_t$  e  $c_{t+1}$ .

A partir da equação (2.17), obtemos a inclinação da fronteira de possibilidade de produção intertemporal:

$$\frac{dc_{t+1}}{dc_t} = \frac{\partial c_{t+1}}{\partial c_t} = -[f'(k_{t+1}) + (1 - \delta)] \quad (2.19)$$

# Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

A equação (2.19) é a inclinação da curva de indiferença no ponto onde ela é tangente com a restrição de recursos. Logo, a fronteira de possibilidade de produção intertemporal também toca a curva de indiferença neste ponto. Como:

$$\frac{\partial^2 c_{t+1}}{\partial c_t^2} = F''(k_{t+1}) < 0$$

A tangente da FPPI se achata (nivela) à medida que  $c_t$  decresce, implicando que FPPI é uma função côncava.

As equações (2.16) e (2.19) fornecem a equação de Euler. Isto é, no ponto ótimo  $(c_t^*, c_{t+1}^*)$ , a curva de indiferença do residente (agente representativo) é tangente à FPPI.

# Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

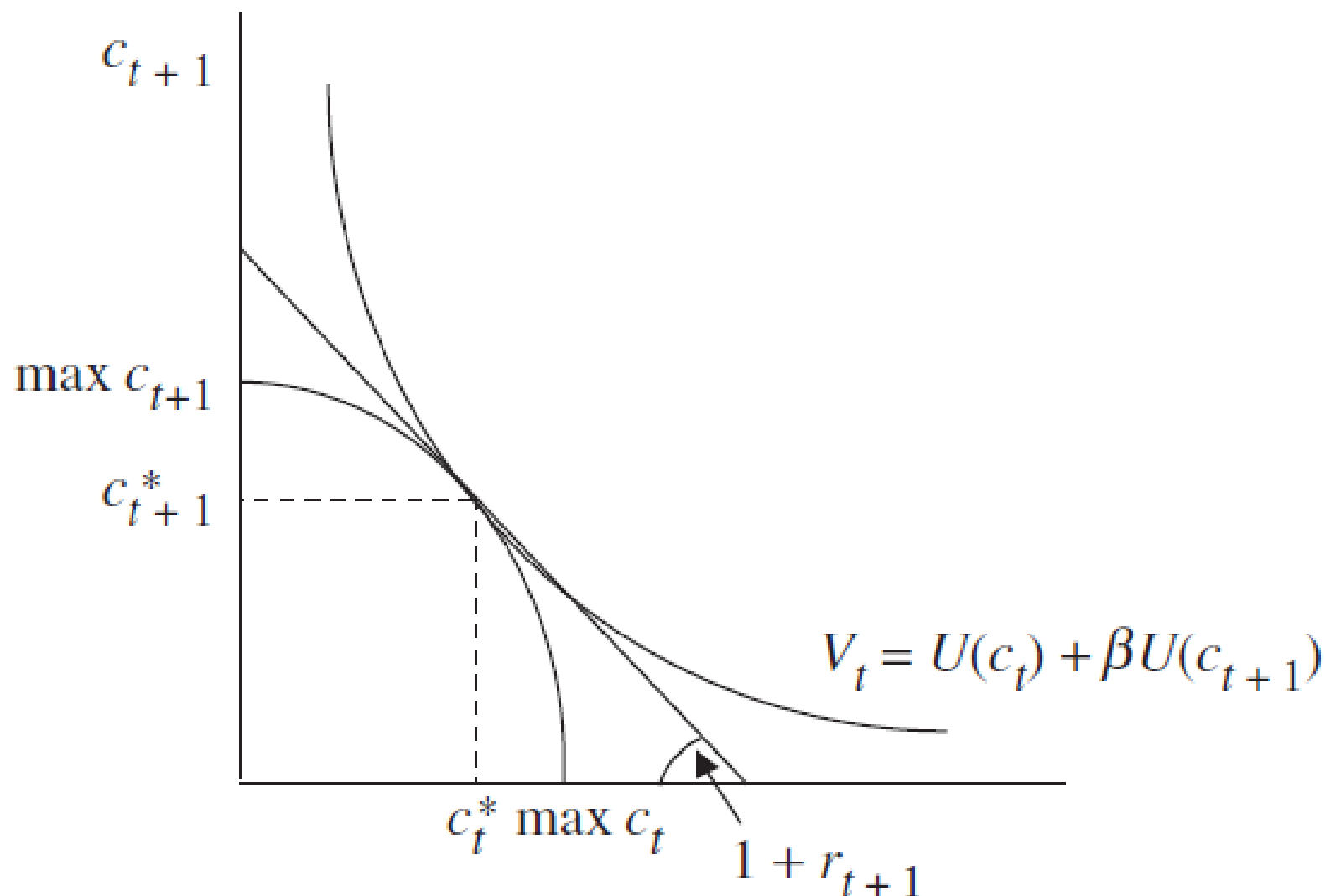


**Figure 2.4.** A graphical solution based on the IPPF.

# Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

A curva superior é a curva de indiferença que mostra o *trade-off* entre o consumo hoje e o consumo futuro do ponto de vista do residente enquanto  $V_t$  permanece inalterado. Essa curva tangencia a restrição de recursos.

A curva inferior representa o *trade-off* entre o consumo hoje e o consumo amanhã do ponto de vista da produção, ou seja, trata-se da FPPI.

A FPPI toca a curva de indiferença no ponto de tangência com a restrição orçamentária. Essa solução surge como nas equações de equilíbrio (2.16) e (2.17), e a equação (2.19) precisa ser satisfeita simultaneamente de tal modo que:

# Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

$$\begin{aligned} - \frac{dc_{t+1}}{dc_t} \Big|_{V_{\text{constante}}} &= f'(k_{t+1}) + 1 - \delta = 1 + r_{t+1} \\ &= - \frac{\partial c_{t+1}}{\partial c_t} \Big|_{IPPF} \end{aligned}$$

O produto marginal líquido  $f'(k_{t+1}) - \delta = r_{t+1}$  pode ser interpretado como sendo a taxa de retorno real implícita sobre o capital após permitida a depreciação.

Um aumento em  $r_{t+1}$  devido, p. ex., a um choque tecnológico que aumenta o produto marginal do capital no período  $t + 1$  torna a restrição de recursos mais íngreme, e resulta em um aumento em  $V_t$ ,  $c_t$  e  $c_{t+1}$ .

**Solução em Equilíbrio Estático**

# Solução em equilíbrio estático

O equilíbrio de longo prazo é uma solução estática, implicando que na ausência de choques no sistema macroeconômico, consumo e estoque de capital serão constantes ao longo do tempo.

Logo,  $c_t = c^*$ ,  $k_t = k^*$ ,  $\Delta c_t = 0$  e  $\Delta k_t = 0$  para todo  $t$ . No equilíbrio estático, a equação de Euler pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Rightarrow \frac{\beta U'(k^*)}{U'(k^*)} [f'(k^*) + 1 - \delta] = 1$$

$$\Rightarrow \beta [f'(k^*) + 1 - \delta] = 1 \Rightarrow f'(k^*) = \frac{1}{\beta} + \delta - 1 = \delta + \theta$$

# Solução em equilíbrio estático

A solução é diferente daquela da regra de ouro, onde  $f'(k^*) = \delta$ . A figura (2.1) é substituída pela figura (2.5).

Isso mostra que o nível ótimo de capital é menos do que é na regra de ouro, uma vez que a utilidade futura é descontada a taxa  $\theta > 0$ .

Na figura (2.5), a solução é obtida onde a inclinação da tangente para a função de produção é  $\delta + \theta$ .

# Solução em equilíbrio estático

Como a tangente deve ser mais íngreme do que para a regra de ouro, isso implica que o nível ótimo de capital precisa ser menor.

A figura (2.6) mostra que isso implica também em um menor nível de consumo. Logo,  $c_t < c^*$  e  $k_t < k^*$ .

Logo, descontar o futuro resulta em menor consumo. Trata-se de uma boa razão para não descontar o futuro.

# Solução em equilíbrio estático

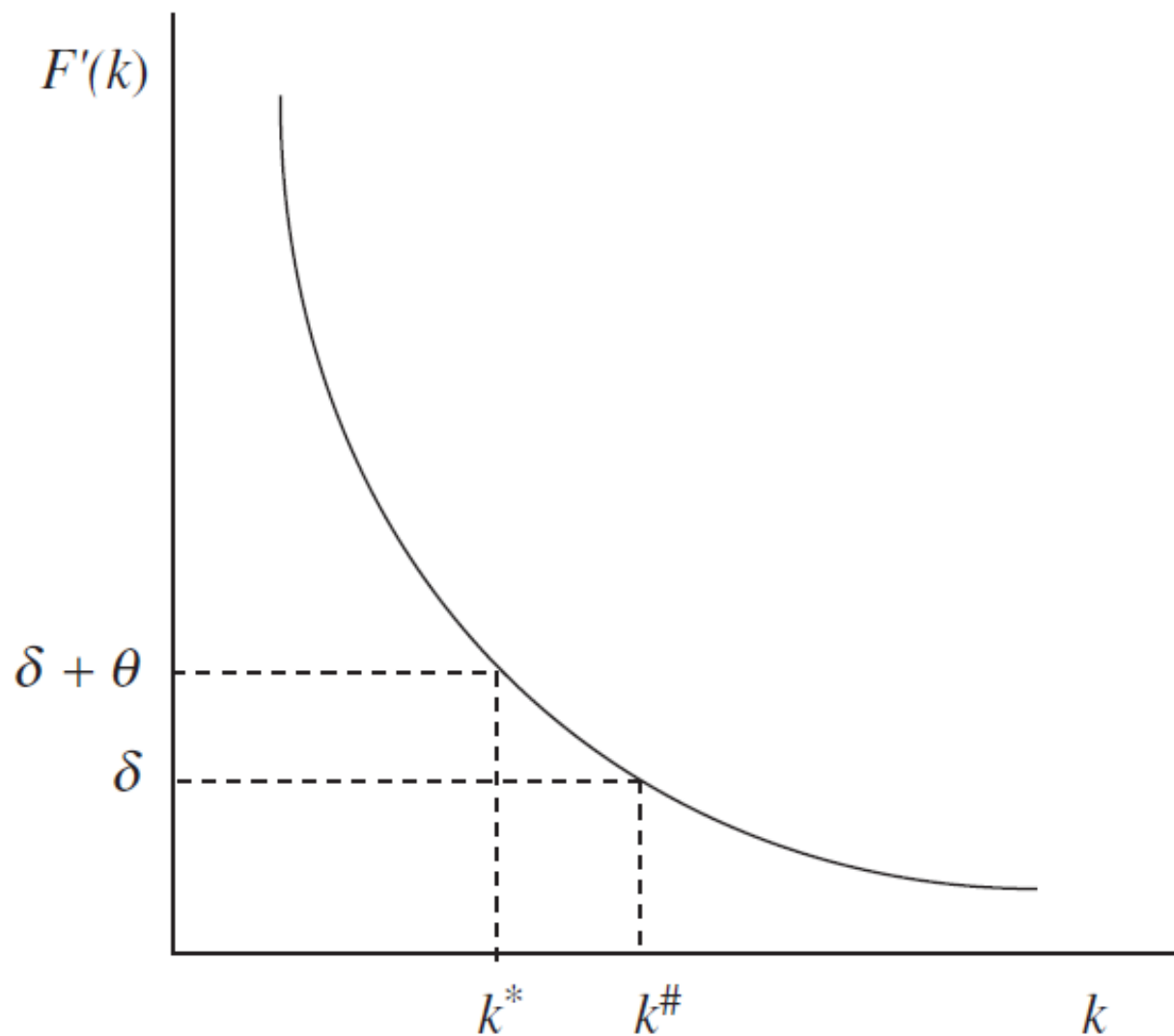


**Figure 2.5.** Optimal long-run capital.

# Comparando regra de ouro e solução ótima

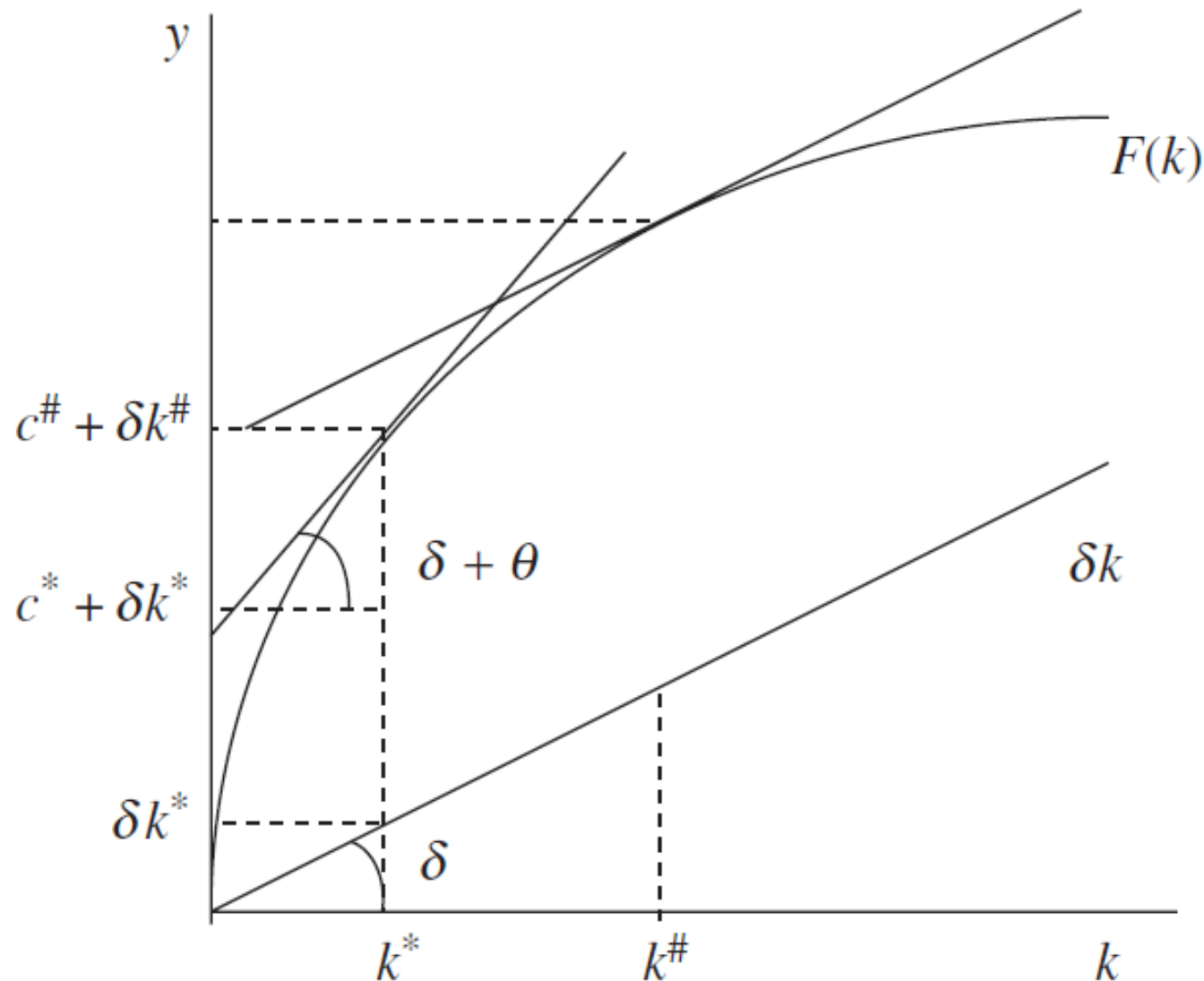


**Figure 2.6.** Optimal long-run consumption.

# Comparando regra de ouro e solução ótima

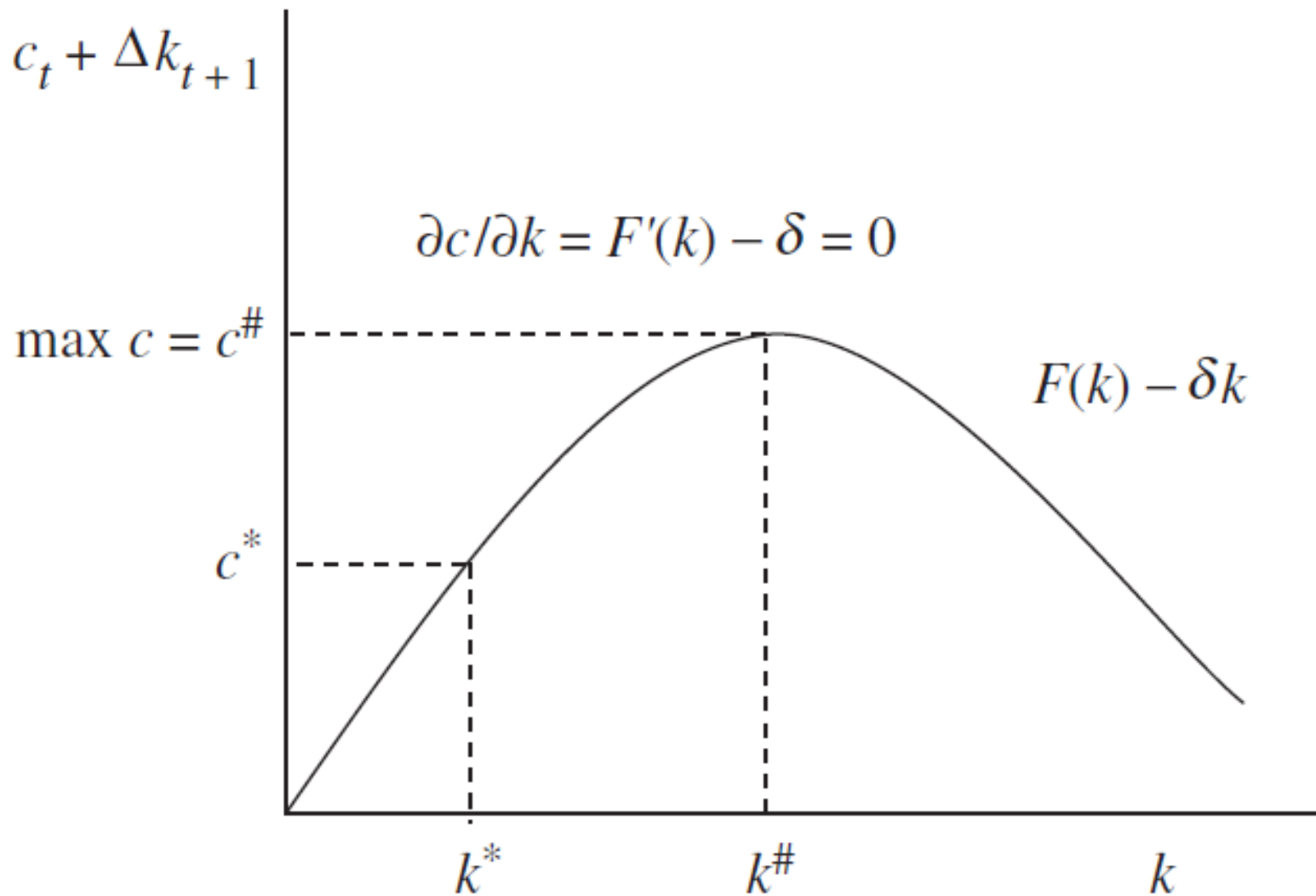


Figure 2.7. Optimal consumption compared.

## **Apêndice B: A estabilidade e a dinâmica da regra de ouro revisitada**

# Regra de Ouro revisitada

Na Figura 2.10 a seguir, a regra de ouro ocorre no ponto A.

---

Lembre-se de que, como a regra de ouro não desconta o futuro, então a taxa de desconto social  $\theta = 0$ .

Assim,  $\beta = 1$  na equação de Euler.

---

Como resultado, a linha vertical dividindo as regiões leste e oeste agora atravessa A, que é um ponto de equilíbrio.

# The saddle path: “caminho de sela”

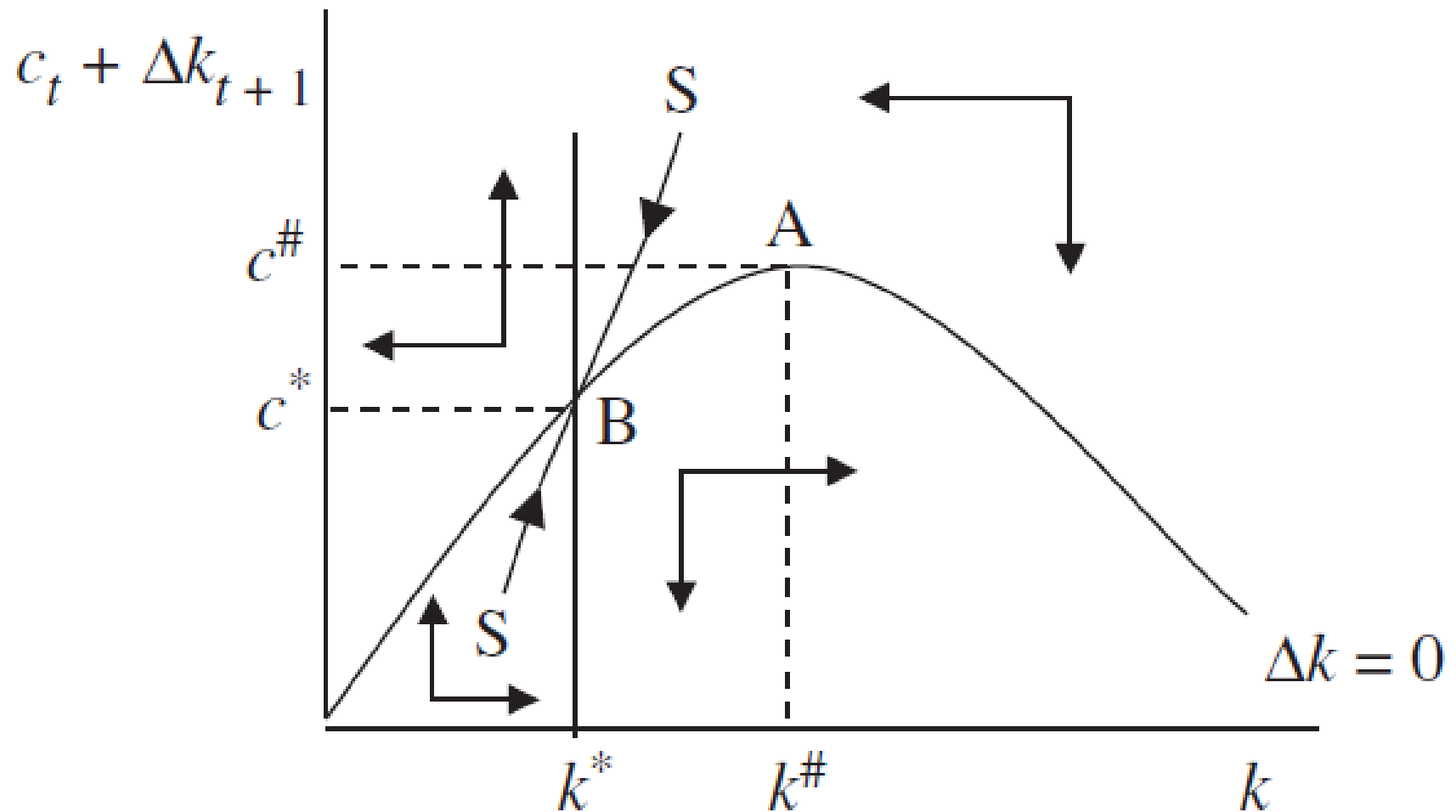


**Figure 2.10.** Phase diagram.

# Regra de Ouro revisitada

## Principais equações:

Equação de Euler:  $F'(k^\#) = \delta$ . Determina  $k_t$

Restrição de recursos:  $c^\# = F(k^\#) - \delta k^\#$ . Determina  $c_t$

---

Em qualquer ponto da linha curvada, exceto o ponto  $\{c^\#, k^\#\}$ , temos  $\Delta k_{t+1} < 0$ .

No ponto  $\{c^\#, k^\#\}$ , temos  $\Delta k_{t+1} = 0$

---

O ponto  $\{c^\#, k^\#\}$  é um ponto de equilíbrio, mas não é um equilíbrio estável porque alcançar o consumo máximo em cada ponto do tempo exige absorver todos os choques positivos através de consumo elevado, e todos os choques negativos através do consumo do estoque de capital.

# Regra de Ouro revisitada

Após um choque negativo, a economia não pode recuperar o equilíbrio se continuar consumindo conforme exigido pela regra de ouro.

---

A falta de estabilidade da solução da regra de ouro pode ser atribuída à impaciência da economia.

---

Ao trocar o consumo hoje pelo consumo no futuro, e descontando o consumo futuro, a solução ótima é um equilíbrio estável.

## Conclusões obtidas...

(i) A regra de ouro é um caso especial da solução ótima, com a taxa de desconto social  $\theta = 0$ .

(ii) Não há instabilidade inerente na regra de ouro, ao menos que nós insistimos em determinar  $c^\# = F(k^\#) - \delta k^\#$  em todo tempo.

(iii) Os choques podem ser acomodados ajustando o consumo para estar no caminho da sela.

(iv) O verdadeiro valor de  $\theta$  é uma questão empírica.

## **Apêndice C: Fatos estilizados sobre ciclos econômicos**

# Fatos estilizados dos ciclos econômicos

**Fato estilizado nº 1:** Em economias avançadas, o crescimento do PIB real oscila de maneira recorrente, mas irregular, com uma duração média de cinco a oito anos.

---

**Fato estilizado nº 2:** Medida em relação ao PIB médio e ao processo de crescimento, a amplitude das oscilações do ciclo econômico é pequena.

---

**Fato estilizado nº 3:** consumo das famílias, investimentos privados e importações são pró-cíclicos, tanto em economias avançadas, quanto em mercados emergentes e economias em desenvolvimento.

# Fatos estilizados dos ciclos económicos

**Observação:** em economias avançadas, o gasto do governo é acíclico ou contracíclico. Em mercados emergentes e economias em desenvolvimento onde há uma maior presença do Estado na economia, o gasto do governo é pró-cíclico.

**Fato estilizado nº 4:** Algumas variáveis sistematicamente saem na frente do PIB ao longo do ciclo (estoques, utilização da capacidade, preços de ações, saldos monetários reais), enquanto outras (inflação, desemprego) seguem atrás. Outras ainda (taxa de juros) são coincidentes.

**Fato estilizado nº 5:** O investimento (em particular, investimento no estoque) é mais volátil, e o consumo, menos volátil que o PIB. As exportações e as importações são altamente variáveis, enquanto as compras do governo são relativamente acíclicas.