

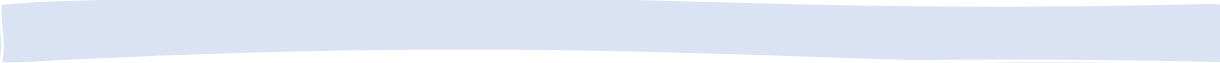
Macroeconomia Avançada

Aula 7(d): Modelo RBC de Economia Aberta

Modelo RBC de economia aberta

- O modelo estende o arcabouço de **Schmitt-Grohé e Uribe (2003)**, assumindo uma pequena economia aberta com acesso pleno ao mercado de capitais global.
- Nessa condição, a economia é **tomadora de preços** no cenário internacional.
- A abertura financeira introduz a **conta-corrente** como **instrumento de suavização do consumo frente a choques**.
- Tanto o setor público quanto as famílias acessam o **mercado externo**.
- Este modelo possibilita analisar o impacto de choques de **taxas de juro internacionais** sobre a trajetória da dívida pública e o equilíbrio macroeconômico.

Famílias



Famílias



- O comportamento das famílias é determinado pela maximização da utilidade intertemporal:

$$\max_{\{c_t, n_t, k_{t+1}, b_t^g, b_t^{h*}\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{\left(c_t + \psi c_t^g - \omega \frac{n_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - 1 \right]$$

- A restrição orçamentária das famílias é:

$$(1 + \tau_t^c) c_t + x_t + b_t^g - b_{t-1}^g + r_{t-1}^* b_{t-1}^{h*} + T_t = (1 - \tau_t^w) w_t n_t + (1 - \tau_t^k) r_t^k k_t + r_{t-1} b_{t-1}^g + b_t^{h*} - b_{t-1}^{h*} + \Pi_t \quad (1)$$

- O capital evolui de acordo com:

$$k_{t+1} = x_t + (1 - \delta) k_t - \underbrace{\frac{\phi}{2} (k_{t+1} - k_t)^2}_{\text{Custos de ajuste de capital}} \quad (2)$$

Famílias



- As famílias resolvem o seguinte problema de otimização restrita:

$$\mathcal{L}(c_t, n_t, k_{t+1}, b_t^g, b_t^{h*}, \lambda_t) = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \begin{aligned} & \frac{\left(c_t + \psi c_t^g - \omega \frac{n_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)^{1-\sigma}}{1-\sigma} \\ & + \lambda_t [(1 - \tau_t^w) w_t n_t + (1 - \tau_t^k) r_t^k k_t + (1 + r_{t-1}) b_{t-1}^g + b_t^{h*} + \Pi_t \\ & - (1 + \tau_t^c) c_t - k_{t+1} + (1 - \delta) k_t - \frac{\phi}{2} (k_{t+1} - k_t)^2 - b_t^g - (1 + r_{t-1}^*) b_{t-1}^{h*} - T_t] \end{aligned} \right\}$$

- As Condições de Primeira Ordem (CPO) associadas a este problema de otimização são:

— Consumo:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \left(c_t + \psi c_t^g - \omega \frac{n_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)^{-\sigma} - \lambda_t (1 + \tau_t^c) = 0 \quad (3)$$

Famílias



Trabalho:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial n_t} = - \left(c_t + \psi c_t^g - \omega \frac{n_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)^{-\sigma} \omega n_t^\varphi + \lambda_t (1 - \tau_t^w) w_t = 0 \quad (4)$$

Capital:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = -\lambda_t \mathbb{E}_t[1 + \phi(k_{t+1} - k_t)] + \beta \mathbb{E}_t\{\lambda_{t+1}[(1 - \tau_{t+1}^k)r_{t+1}^k + 1 - \delta + \phi(k_{t+2} - k_{t+1})]\} = 0 \quad (5)$$

Títulos Públicos Nacionais:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_t^g} = -\lambda_t + \beta \mathbb{E}_t[\lambda_{t+1}(1 + r_t)] = 0 \quad (6)$$

Títulos Internacionais:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_t^{h*}} = \lambda_t - \beta \mathbb{E}_t[\lambda_{t+1}(1 + r_t^*)] = 0 \quad (7)$$

Condições de Transversalidade: $\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T \lambda_T b_T = 0$, $\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T \lambda_T b_T^* = 0$, $\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T \lambda_T k_T = 0$

Famílias



- Substitui-se (3) em (5) para obter a equação de Euler do consumo:

$$\mathbb{E}_t \left[\left(\frac{c_{t+1} + \psi c_{t+1}^g - \omega \frac{n_{t+1}^{1+\varphi}}{1+\varphi}}{c_t + \psi c_t^g - \omega \frac{n_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}} \right)^\sigma \right] = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \left(\frac{1 + \tau_t^c}{1 + \tau_{t+1}^c} \right) \left[\frac{(1 - \tau_{t+1}^k) r_{t+1}^k + 1 - \delta + \phi(k_{t+2} - k_{t+1})}{1 + \phi(k_{t+1} - k_t)} \right] \right\} \quad (8)$$

- Do mesmo modo, substituindo (3) em (4), obtém-se a trajetória ótima da oferta de trabalho:

$$\omega n_t^\varphi = \left(\frac{1 - \tau_t^w}{1 + \tau_t^c} \right) w_t \quad (9)$$

Famílias



- Finalmente, de (3) em (6), obtém-se a equação para o preço dos ativos:

$$1 = \mathbb{E}_t[\Lambda_{t,t+1}(1 + r_t)] \quad (10)$$

- Onde $\Lambda_{t,t+1}$ é o fator de desconto estocástico, que captura a relação risco-retorno de um investimento (poupança das famílias):

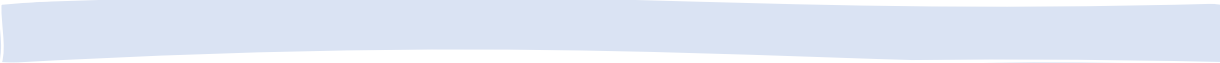
$$\Lambda_{t,t+1} = \beta \frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \quad (11)$$

- Por outro lado, combinando (6) e (7), obtém-se a condição de não arbitragem:

$$r_t = r_t^* \quad (12)$$

- Isso implica que **a taxa de juros dos ativos domésticos é igual à taxa de juros dos ativos internacionais.**

Firmas



Firmas



- As firmas produzem bens idênticos em um **mercado de concorrência perfeita**, utilizando uma tecnologia de produção Cobb-Douglas que inclui o **capital público**:

$$y_t = A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} (k_t^g)^{\alpha_1} \quad (13)$$

- Onde A_t é identificada como a Produtividade Total dos Fatores (PTF), que segue o processo estocástico AR(1).

$$\ln(A_t) = \rho_A \ln(A_{t-1}) + (1 - \rho_A) \ln(A_{ss}) + \varepsilon_t^A \quad (14)$$

Sendo $\rho \in (0,1)$ e $\varepsilon_t^A \sim \mathcal{N}(0, \sigma_A^2)$ i. i. d.

- O **capital público** evolui de acordo com sua lei de movimento:

$$k_{t+1}^g = x_t^g + (1 - \delta^g) k_t^g \quad (15)$$

Firmas



- O problema de otimização da firma é dado pela maximização de seus lucros, sujeita à sua tecnologia de produção:

$$\max_{\{k_t, n_t\}} \Pi_t = A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} (k_t^g)^{\alpha_1} - w_t n_t - r_t^k k_t$$

- A externalidade gerada pelo capital público afeta a demanda ótima pelos fatores de produção:

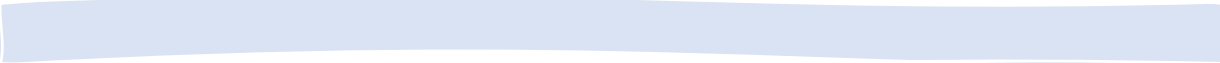
— Trabalho:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_t}{\partial n_t} &= (1 - \alpha) A_t k_t^\alpha n_t^{-\alpha} (k_t^g)^{\alpha_1} - w_t = 0 \\ w_t &= (1 - \alpha) A_t k_t^\alpha n_t^{-\alpha} (k_t^g)^{\alpha_1} \end{aligned} \tag{16}$$

— Capital:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi_t}{\partial k_t} &= \alpha A_t k_t^{\alpha-1} n_t^{1-\alpha} (k_t^g)^{\alpha_1} - r_t^k = 0 \\ r_t^k &= \alpha A_t k_t^{\alpha-1} n_t^{1-\alpha} (k_t^g)^{\alpha_1} \end{aligned} \tag{17}$$

Governo



Governo

Política Fiscal



- O governo recebe receitas dos impostos que arrecada e dos **títulos que emite nos mercados nacional e internacional**. Esses recursos são utilizados para financiar seus gastos e pagar os juros sobre sua dívida:

$$c_t^g + x_t^g + \underbrace{r_t b_{t-1}^g + r_t^* b_{t-1}^{g*}}_{\text{Serviço de juros interno e externo}} = \tau_t^c c_t + \tau_t^w w_t n_t + \tau_t^k r_t^k k_t + T_t + \underbrace{b_t^g - b_{t-1}^g + b_t^{g*} - b_{t-1}^{g*}}_{\text{Emissão de dívida interna e externa}} \quad (18)$$

- A dívida bruta total do governo é composta pela dívida interna e pela dívida externa:

$$d_t^g = b_t^g + b_t^{g*} \quad (19)$$

- Condição de No-Ponzi:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T d_T^g = 0$$

Governo

Política Fiscal



- As taxas de impostos são modeladas como processos exógenos do tipo AR(1).

$$\tau_t^j = \rho_{\tau^j} \tau_{t-1}^j + (1 - \rho_{\tau^j}) \tau_{ss}^j + \varepsilon_t^j, \quad j = \{c, w, k\} \quad (20)$$

- O Imposto Lump-Sum é ajustado para garantir a estabilidade da dívida.

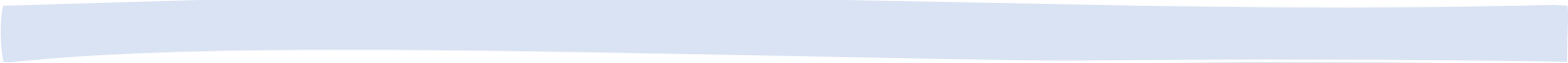
$$T_t = \rho_T T_{t-1} + (1 - \rho_T) T_{ss} + \phi_b^T \left(\frac{b}{y} - \overline{b_y} \right) \quad (21)$$

- O gasto corrente e o investimento público são assumidos como processos exógenos (instrumentos de política fiscal) e seguem as seguintes dinâmicas:

$$\ln(c_t^g) = \rho_{c^g} \ln(c_{t-1}^g) + (1 - \rho_{c^g}) \ln(c_{ss}^g) + \varepsilon_t^g \quad (22)$$

$$\ln(x_t^g) = \rho_{x^g} \ln(x_{t-1}^g) + (1 - \rho_{x^g}) \ln(x_{ss}^g) + \varepsilon_t^x \quad (23)$$

Setor externo



Setor externo



- Em equilíbrio, a **condição de não arbitragem** assegura a paridade entre os juros domésticos e internacionais:

$$r_t = r_t^* \quad (24)$$

- Dada a característica de pequena economia aberta, o país atua como tomador de preços, sendo a taxa de juros doméstica determinada exogenamente pelo cenário internacional e pelo prêmio de risco.
- A **taxa de juros da dívida externa é igual à taxa de juros livre de risco internacional** ($\bar{r}_t^*$) acrescida de um prêmio de risco-país.

$$r_t^* = \bar{r}_t^* + \underbrace{\psi_1 \left[\exp \left(\frac{d_t^*}{y_t} - \frac{d_{ss}^*}{y_{ss}} \right) - 1 \right]}_{\text{Prêmio de risco-país}} \quad (25)$$

- O parâmetro ψ_1 define a elasticidade-dívida da taxa de juros, capturando a sensibilidade do prêmio de risco-país em relação ao nível de endividamento externo: $d_t^* = b_t^{h*} + b_t^{g*}$.

Setor externo



- A **taxa de juros internacional livre de risco** é modelada como um processo estocástico autorregressivo:

$$\bar{r}_t^* = \rho^* \bar{r}_{t-1}^* + (1 - \rho^*) \bar{r}_{ss}^* + \varepsilon_t^* \quad (26)$$

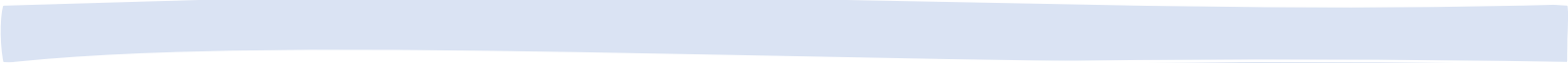
- O **fechamento macroeconômico** em economia aberta estabelece a identidade entre o excesso de absorção doméstica e a variação do endividamento externo:

$$y_t - c_t - x_t - g_t = \underbrace{(1 + r_{t-1}^*) d_{t-1}^* - d_t^*}_{\text{Abertura externa}} \quad (27)$$

- Esta condição permite que **os fluxos financeiros externos financiem eventuais déficits comerciais**.
- O saldo da **conta corrente** é financiado pela **conta financeira**, refletindo a variação líquida dos ativos e passivos externos.

$$ca_t = d_{t-1}^* - d_t^* \quad (28)$$

Equilíbrio



Equilíbrio

- A restrição de recursos da economia é obtida a partir da consolidação das **restrições orçamentárias dos agentes**:

Famílias:

$$(1 + \tau_t^c)c_t + x_t + b_t^g - b_{t-1}^g + r_{t-1}^* b_{t-1}^{h*} + T_t = (1 - \tau_t^w)w_t n_t + (1 - \tau_t^k)r_t^k k_t + r_{t-1} b_{t-1}^g + b_t^{h*} - b_{t-1}^{h*} + \Pi_t \quad (29)$$

Firmas:

$$\Pi_t = A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} (k_t^g)^{\alpha_1} - w_t n_t - r_t^k k_t \quad (30)$$

Governo:

$$c_t^g + x_t^g + r_t b_{t-1}^g + r_t^* b_{t-1}^{g*} = \tau_t^c c_t + \tau_t^w w_t n_t + \tau_t^k r_t^k k_t + T_t + b_t^g - b_{t-1}^g + b_t^{g*} - b_{t-1}^{g*} \quad (31)$$

- A partir de (31), T_t é isolado e substituído em (29); em seguida, (30) é aplicado. Ao se realizar as operações matemáticas, obtém-se a restrição agregada de recursos da economia:

$$y_t = c_t + x_t + g_t + (1 + r_{t-1}^*)d_{t-1}^* - d_t^* \quad (32)$$

Equilíbrio

Famílias:

$$1 = \mathbb{E}_t \left\{ \Lambda_{t,t+1} \left[\frac{(1 - \tau_{t+1}^k) r_{t+1}^k + 1 - \delta + \phi(k_{t+2} - k_{t+1})}{1 + \phi(k_{t+1} - k_t)} \right] \right\}$$

$$\omega n_t^\varphi = \left(\frac{1 - \tau_t^w}{1 + \tau_t^c} \right) w_t$$

$$1 = \mathbb{E}_t [\Lambda_{t,t+1} (1 + r_t)]$$

$$r_t = r_t^*$$

$$k_{t+1} = x_t + (1 - \delta)k_t - \frac{\phi}{2}(k_{t+1} - k_t)^2$$

Firmas:

$$y_t = A_t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha} (k_t^g)^{\alpha_1}$$

$$w_t = (1 - \alpha) A_t k_t^\alpha n_t^{-\alpha} (k_t^g)^{\alpha_1}$$

$$r_t^k = \alpha A_t k_t^{\alpha-1} n_t^{1-\alpha} (k_t^g)^{\alpha_1}$$

$$\ln(A_t) = \rho_A \ln(A_{t-1}) + (1 - \rho_A) \ln(A_{ss}) + \epsilon_t^A$$

Governo:

$$c_t^g + x_t^g + r_t b_{t-1}^g + r_t^* b_{t-1}^{g*} = \tau_t^c c_t + \tau_t^w w_t n_t + \tau_t^k r_t^k k_t + T_t + b_t^g - b_{t-1}^g + b_t^{g*} - b_{t-1}^{g*}$$

$$\ln(c_t^g) = \rho_{cg} \ln(c_{t-1}^g) + (1 - \rho_{cg}) \ln(c_{ss}^g) + \epsilon_t^g$$

$$\ln(x_t^g) = \rho_{xg} \ln(x_{t-1}^g) + (1 - \rho_{xg}) \ln(x_{ss}^g) + \epsilon_t^x$$

$$\tau_t^j = \rho_{\tau j} \tau_{t-1}^j + (1 - \rho_{\tau j}) \tau_{ss}^j + \epsilon_t^j, \quad j = \{c, w, k\}$$

$$T_t = \rho_T T_{t-1} + (1 - \rho_T) T_{ss} + \phi_b^T \left(\frac{b}{y} - \bar{b}_y \right)$$

$$k_{t+1}^g = x_t^g + (1 - \delta^g) k_t^g$$

$$g_t = c_t^g + x_t^g \quad d_t^g = b_t^g + b_t^{g*}$$

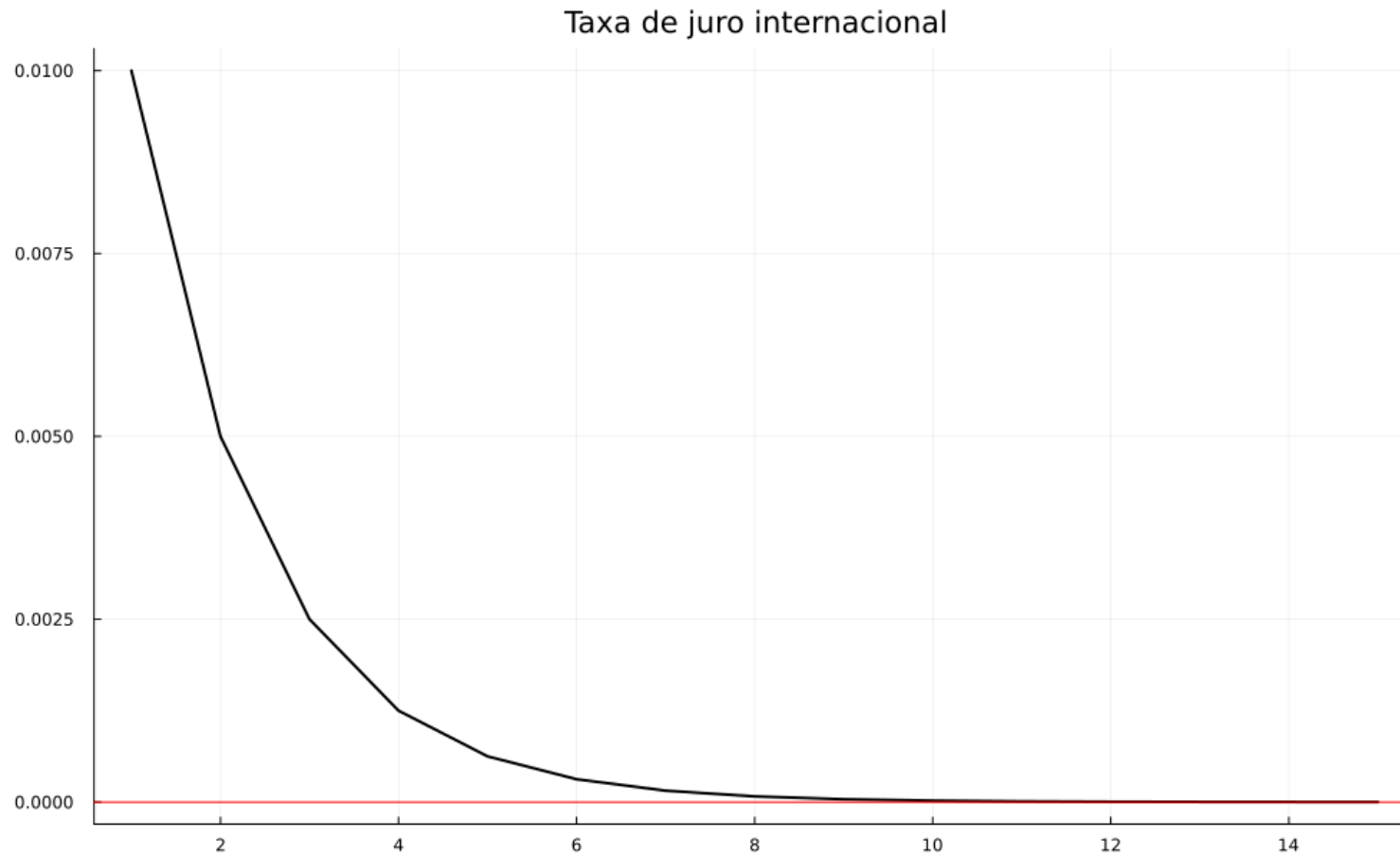
Restrição de Recursos Agregada:

$$y_t = c_t + x_t + g_t + x n_t \quad x n_t = (1 + r_{t-1}^*) d_{t-1}^* - d_t^*$$

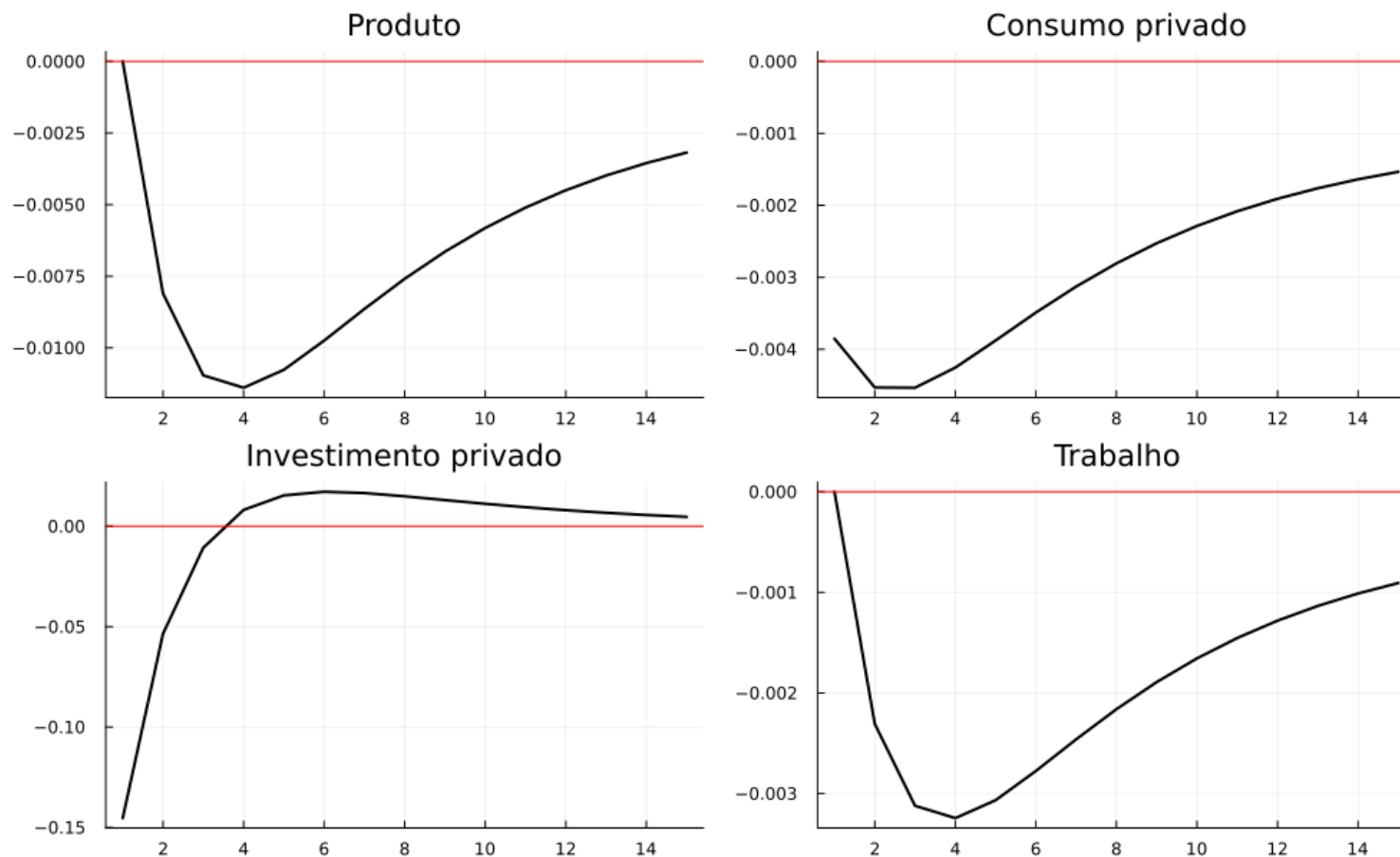
$$r_t^* = \bar{r}_t^* + \psi_1 \left[\exp \left(\frac{d_t^*}{y_t} - \frac{d_{ss}^*}{y_{ss}} \right) - 1 \right] \quad d_t^* = b_t^{g*} + b_t^{h*}$$

$$\bar{r}_t^* = \rho^* \bar{r}_{t-1}^* + (1 - \rho^*) \bar{r}_{ss}^* + \epsilon_t^* \quad c a_t = x n_t - r_t^* d_{t-1}^*$$

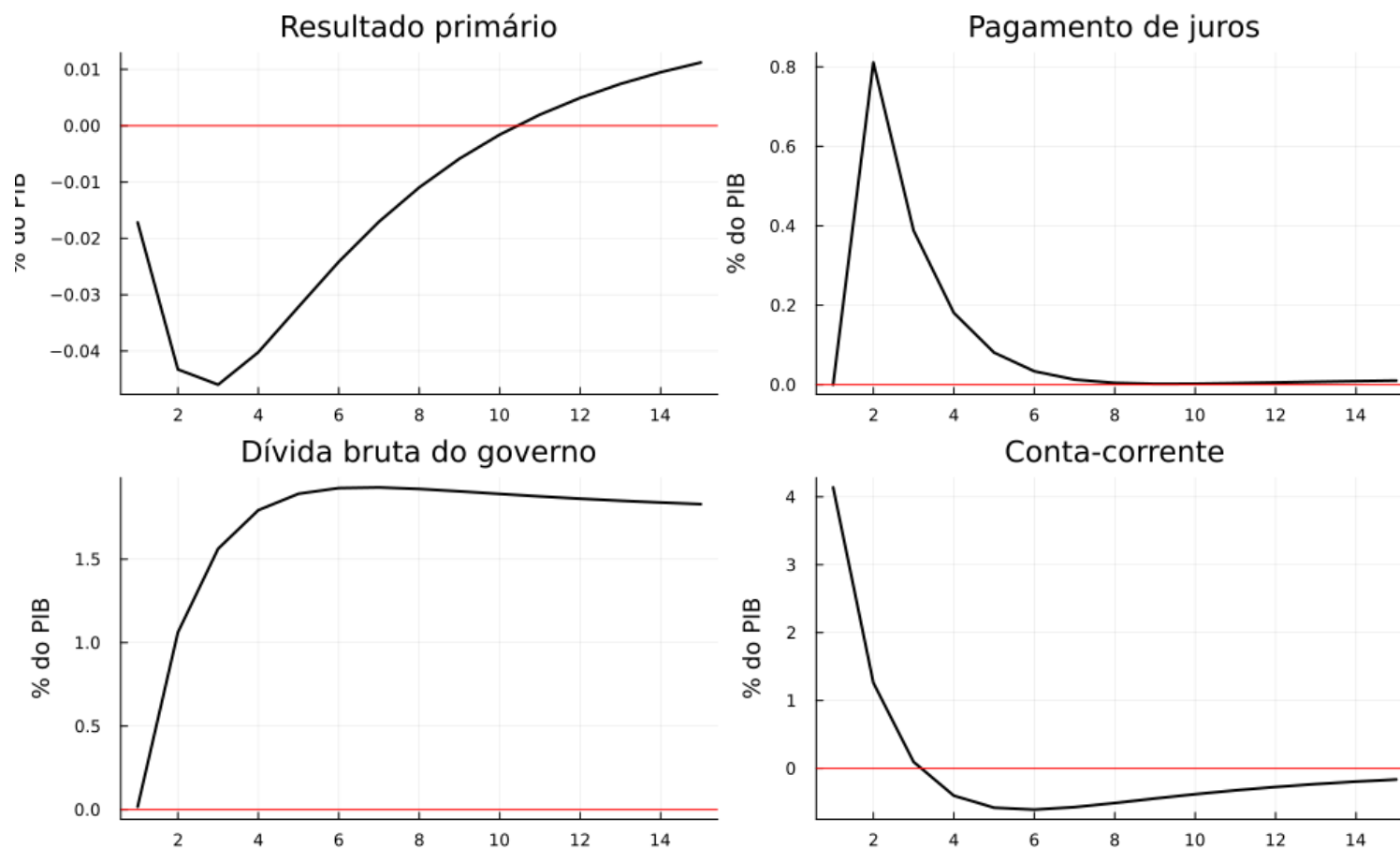
Simulação de um choque de 100 bps na taxa de juro internacional



Efeitos macrofiscais de um choque de taxa de juro internacional



Efeitos macrofiscais de um choque de taxa de juro internacional



Referências bibliográficas

BANCO INTERAMERICANO DE DESENVOLVIMENTO.
Treinamento FISLAC. Divisão de Gestão Fiscal. Brasília,
novembro de 2025.

Obrigado!

Contato:

PROF. DR. SÉRGIO RICARDO DE BRITO GADELHA

E-mail: sergio.gadelha@idp.edu.br e professor.sergio.Gadelha@gmail.com

Sítio eletrônico: <https://sergiorbgadelha.com.br/>