

Macroeconomia Avançada

Aula 8(a): Modelo Novo Keynesiano de Economia Fechada e Aberta

Modelo Novo-Keynesiano de economia fechada



Modelo Novo-Keynesiano

- Ao contrário da estrutura de concorrência perfeita dos modelos RBC, a abordagem novo-keynesiana incorpora a **competição monopolística**. Isso permite que as firmas tenham poder de mercado para definir preços acima do custo marginal.
- A presença de **rigidezes nominais** é fundamental para o modelo, pois gera a não neutralidade da moeda, permitindo que choques de política monetária tenham efeitos reais sobre o produto e o trabalho no curto prazo.
- A dinâmica de ajuste de preços é governada pelo mecanismo de precificação escalonada de **Calvo (1983)**, onde apenas uma fração aleatória de firmas pode otimizar seus preços a cada período.

Famílias



- O primeiro problema do setor das famílias consiste em **minimizar o gasto total em variedades de consumo**:

$$\min_{\{C_{i,t}\}} Z = \int_0^1 P_{i,t} C_{i,t} di$$

- Sujeito ao **consumo agregado** C_t :

$$C_t = \left(\int_0^1 C_{i,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (1)$$

- $C_{i,t}$ representa a quantidade da variedade i de consumo no período t e $\eta \in (1, \infty)$ é a elasticidade de substituição entre as variedades.

Famílias



- O Lagrangeano do **problema de minimização restrita** é:

$$\mathcal{L}(C_{i,t}, \lambda) = \int_0^1 P_{i,t} C_{i,t} di - \lambda \left[\left(\int_0^1 C_{i,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} - C_t \right]$$

- As **condições de primeira ordem** deste problema de otimização são:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{i,t}} = P_{i,t} - \lambda C_t^{\frac{1}{\eta}} C_{i,t}^{-\frac{1}{\eta}} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = C_t - \left(\int_0^1 C_{i,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} = 0 \quad (3)$$

Famílias



- Isolando $C_{i,t}$ da C.P.O (2), chega-se à **função de demanda de bens intermediários**:

$$C_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \quad (4)$$

- Substituindo (4) na equação (3), obtém-se o **índice de preços ao consumidor**, onde $P_t = \lambda$:

$$P_t = \left(\int_0^1 P_{i,t}^{1-\eta} di \right)^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (5)$$

Famílias



- O segundo problema das famílias consiste em **maximizar o fluxo esperado de utilidades presentes e futuras**, que depende do consumo agregado C_t e do trabalho N_t :

$$\max_{\{C_t, N_t, B_t\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right)$$

- Sujeito à **restrição orçamentária**:

$$P_t C_t + P_t^B B_t \leq W_t N_t + B_{t-1} + D_t \quad (6)$$

- Onde σ representa o inverso da elasticidade de substituição intertemporal do consumo, φ é o inverso da elasticidade de Frisch, B_t é a quantidade de títulos adquirida pela família ao preço P_t^B e W_t é o salário percebido pela família pelo seu trabalho.

Famílias



- O Lagrangiano do problema de maximização restrita das famílias é dado por::

$$\mathcal{L}(C_t, N_t, B_t, \lambda_t) = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \lambda_t (W_t N_t + B_{t-1} + D_t - P_t C_t - P_t^B B_t) \right]$$

- As **condições de primeira ordem** associadas a este problema de otimização são:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = C_t^{-\sigma} - \lambda_t P_t = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = -N_t^{\varphi} + \lambda W_t = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_t} = -\lambda_t P_t^B + \beta \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t} = W_t N_t + B_{t-1} + D_t - P_t C_t - P_t^B B_t = 0$$

Famílias



- As condições de otimalidade das famílias podem ser representadas como:

$$\frac{N^\varphi}{C_t^{-\sigma}} = \frac{W_t}{P_t} \quad (7)$$

- A taxa marginal de substituição entre lazer e consumo depende do salário real.** Um aumento no salário real torna o lazer mais custoso, levando as famílias a aumentar sua oferta de trabalho.

$$\beta \mathbb{E} \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \left(\frac{P_t}{P_{t+1}} \right) \right] = P_t^B \quad (8)$$

- A taxa marginal de substituição intertemporal do consumo depende do preço dos títulos.** Um aumento no preço dos títulos torna a poupança mais cara, fazendo com que as famílias aumentem seu consumo presente em relação ao consumo futuro.

Famílias



- Tomando o logaritmo das condições de otimalidade:

Oferta de trabalho (condição intratemporal)

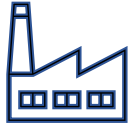
$$w_t - p_t = \varphi n_t + \sigma c_t \quad (9)$$

Equação de Euler (condição intertemporal)

$$c_t = \mathbb{E}_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - \rho) \quad (10)$$

- Onde $i_t = -\log P_t^B$, $\pi_t = p_t - p_{t-1}$ e $\rho = -\log \beta$.

Firmas



- O primeiro problema da firma consiste em **minimizar o custo total dos insumos**:

$$\min_{\{N_{i,t}\}} W_t N_{i,t}$$

- Sujeito à sua **tecnologia de produção**:

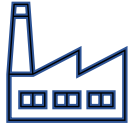
$$Y_{i,t} = A_t N_{i,t} \tag{11}$$

- Onde $Y_{i,t}$ é o produto elaborado pela firma i em t e A_t é a **produtividade do trabalho**, que segue um processo exógeno autorregressivo:

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \varepsilon_t \tag{12}$$

- Onde $0 < \rho_A < 1$ é o parâmetro de persistência do processo exógeno e $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ é uma inovação.

Firmas



- O Lagrangeano do problema de minimização restringida da firma é:

$$\mathcal{L}(N_{i,t}, \Phi_{i,t}) = \frac{W_t}{P_t} N_{i,t} - \Phi_{i,t} (A_t N_{i,t} - Y_{i,t})$$

- A **condição de otimalidade do problema** é:

$$\Phi_t = \frac{W_t}{A_t P_t} \tag{13}$$

- O custo marginal real Φ_t depende positivamente do salário real e negativamente da produtividade laboral.

Firmas

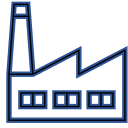


- As firmas operam em um mercado de **competição monopolística**, o que permite que cada uma fixe o preço de seu bem diferenciado.
- No entanto, as firmas enfrentam **rigidezes nominais à la Calvo** na fixação de preços. As firmas podem ajustar seus preços com probabilidade $1 - \theta$, enquanto não conseguem fazê-lo com probabilidade θ .
- Portanto, θ pode ser interpretado como uma **medida de rigidez de preços**.
- Por outro lado, as firmas enfrentam uma **demanda pelo seu bem diferenciado**:

$$Y_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t$$

- E tomam como dados o índice de preços ao consumo P_t e o produto agregado C_t .

Firmas



- O segundo problema da firma consiste em maximizar o fluxo esperado de lucros presentes e futuros:

$$\max_{\{P_t^*\}_{j=0}^{\infty}} \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \theta^j \Lambda_{t,t+j} \Pi_{i,t+j}$$

- Sujeito a:

Lucros reais da firma

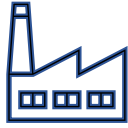
$$\Pi_{i,t} = \frac{P_{i,t}}{P_t} Y_{i,t} - \Phi_t Y_{i,t} \quad (14)$$

Demanda de bens intermediários

$$Y_{i,t} = \left(\frac{P_{i,t}}{P_t} \right)^{-\eta} Y_t \quad (15)$$

- Onde $\Lambda_{t,t+j} = \beta \mathbb{E}_t \left(\frac{\lambda_{t+j}}{\lambda_t} \right)$ é o fator de desconto estocástico das famílias.

Firmas



- O problema pode ser reescrito como:

$$\max_{\{P_t^*\}_{j=0}^{\infty}} \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \theta^j \Lambda_{t,t+j} \left[\left(\frac{P_t^*}{P_{t+j}} \right)^{1-\eta} - \Phi_{t+j} \left(\frac{P_t^*}{P_{t+j}} \right)^{-\eta} \right] Y_{t+j}$$

- A firma i **maximiza seu fluxo esperado de lucros fixando o mesmo preço P_t^*** para todos os períodos seguintes. A condição de primeira ordem deste problema de maximização é:

$$\mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \theta^j \Lambda_{t,t+j} \left[\frac{P_t^*}{P_{t+j}} - \mathcal{M} \Phi_{t+j} \right] Y_{i,t+j} = 0 \quad (16)$$

- Onde $\mathcal{M} = \frac{\eta}{\eta-1}$ representa o markup (margem) sobre o custo marginal. Se todas as firmas pudessem ajustar seus preços em todos os períodos, $\theta = 0$, teríamos:

$$\frac{P_t^*}{P_t} = \mathcal{M} \Phi_t \quad (17)$$

- Este caso corresponde à condição de otimalidade em um contexto de competição monopolística com preços flexíveis.

Firmas



- Ao log-linearizar a condição de primeira ordem, encontra-se:

$$p_t^* = (1 - \beta\theta) \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j (\hat{\varphi}_t + p_{t+j}) \quad (18)$$

- Onde $\hat{\varphi}_t = \varphi_t - \bar{\varphi}$ e $\varphi_t = \log \Phi_t$. Além disso, em estado estacionário, cumpre-se que $\Phi = \frac{1}{\mathcal{M}}$, de modo que $\bar{\varphi} = -\mu = -\log \mathcal{M}$.
- O **preço que maximiza** o fluxo esperado de lucros da firma é proporcional ao fluxo esperado dos custos marginais nominais.
- Um aumento em θ faz com que a firma leve mais em conta **os custos marginais futuros** no momento de fixar os preços, pois é possível que, futuramente, ela não tenha permissão para ajustá-los.

Equilíbrio

- Em equilíbrio, cada variedade de produto oferecida pelas firmas é demandada pelas famílias:

$$Y_{i,t} = C_{i,t}, \quad \forall i \in [0,1] \text{ y } t \quad (19)$$

- O **produto agregado** é definido como:

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_{i,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} di \right)^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (20)$$

- Substituindo a equação (19) em (20) e levando em conta a definição de consumo agregado de (1), tem-se:

$$Y_t = C_t, \quad \forall t \quad (21)$$

- Ou seja, **o produto agregado é igual ao consumo agregado**. Considerando isto juntamente com a Equação de Euler em (10):

$$y_t = \mathbb{E}_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - \rho) \quad (22)$$

Equilíbrio

- Por outro lado, o equilíbrio no mercado de trabalho implica que se deve satisfazer:

$$N_t = \int_0^1 N_{i,t} di \quad (23)$$

- Utilizando a função de produção (11) no trabalho agregado (23) e tendo em conta (15):

$$N_t = \frac{Y_t}{A_t} \int_0^1 \left(\frac{P_{i,t}}{P_t} \right)^{-\eta} di \quad (24)$$

- Log-linearizando a equação (24) e aproximando $\log \int_0^1 \left(\frac{P_{i,t}}{P_t} \right)^{-\eta} di \approx 0$ até a ordem 1:

$$n_t = y_t - a_t \quad (25)$$

Equilíbrio

- Por outro lado, ao log-linearizar a equação (13) do custo marginal real:

$$\varphi_t = w_t - p_t - a_t \quad (26)$$

- Substituindo a oferta de trabalho da equação (9) na equação (26):

$$\varphi_t = \varphi n_t + \sigma c_t - a_t \quad (27)$$

- Substituindo a equação (25) em (27) e tendo em conta $y_t = c_t$:

$$\varphi_t = (\varphi + \sigma)y_t - (1 + \varphi)a_t \quad (28)$$

- Sob preços flexíveis, cumpre-se que:

$$y_t^n = \left(\frac{1 + \varphi}{\varphi + \sigma} \right) a_t - \frac{\mu}{\varphi + \sigma} \quad (29)$$

Curva de Phillips Novo-Keynesiana

- Portanto, a equação (28) pode ser escrita como:

$$\hat{\varphi}_t = (\varphi + \sigma)\hat{y}_t \quad (30)$$

- Onde $\hat{y}_t = y_t - y_t^n$ é o desvio do produto em relação ao seu valor de preços flexíveis. A condição de otimalidade da firma maximizadora pode ser reescrita a partir da equação (18) de forma recursiva como:

$$p_t^* - p_{t-1} = \beta\theta(\mathbb{E}_t p_{t+1}^* - p_t) + \pi_t + (1 - \beta\theta)\hat{\varphi}_t \quad (31)$$

- Por definição, $p_t = \theta p_{t-1} + (1 - \theta)p_t^*$, o que pode ser escrito como:

$$\pi_t = (1 - \theta)(p_t^* - p_{t-1}) \quad (32)$$

- Combinando a equação (32) com a equação (31):

$$\pi_t = \beta\mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \frac{(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta}\hat{\varphi}_t \quad (33)$$

Curva de Phillips Novo-Keynesiana

- Substituindo a equação (30) na equação (33), encontra-se a curva de Phillips Novo-Keynesiana:

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \kappa \hat{y}_t \quad (34)$$

- Onde $\kappa = \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)(\varphi+\sigma)}{\theta}$.
- A inflação depende de sua expectativa e do hiato do produto. Iterando para frente, pode-se demonstrar que a inflação está determinada pelos valores atuais e futuros do hiato do produto:

$$\pi_t = \kappa \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \hat{y}_{t+j} \quad (35)$$

- Com $\lim_{T \rightarrow \infty} \beta^T \mathbb{E}_t \pi_{t+T} = 0$

Curva IS dinâmica

- A equação (22) pode ser reescrita em termos do hiato do produto para encontrar a curva IS dinâmica:

$$\hat{y}_t = \mathbb{E}_t \hat{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - r_t^n) \quad (36)$$

- Onde $r_t^n = \rho + \sigma(\mathbb{E}_t y_{t+1}^n - y_t^n)$ é a **taxa de juros real natural**. O hiato do produto dependerá positivamente da sua expectativa e negativamente do desvio da taxa de juros real ($r_t = i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}$) em relação à natural.
- Iterando para frente, pode-se demonstrar que o hiato do produto fica determinado pelo hiato na taxa de juros corrente e futuras:

$$\hat{y}_t = -\frac{1}{\sigma} \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} (r_{t+j} - r_{t+j}^n) \quad (37)$$

- Com $\lim_{T \rightarrow \infty} \mathbb{E}_t \hat{y}_{t+T} = 0$

Política monetária

- A curva de Phillips e a curva IS dinâmica determinam a inflação e o hiato do produto, respectivamente, incorporando as expectativas e a taxa de juros real e natural.
- No entanto, é necessária uma equação para determinar o comportamento da taxa de juros nominal. Para isso, introduz-se uma **regra de Taylor** para o Banco Central.

$$i_t = \zeta + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \hat{y}_t + v_t \quad (38)$$

Resumo

- Curva de Philips Novo-Keynesiana:

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1} + \kappa \hat{y}_t$$

- Curva IS dinâmica:

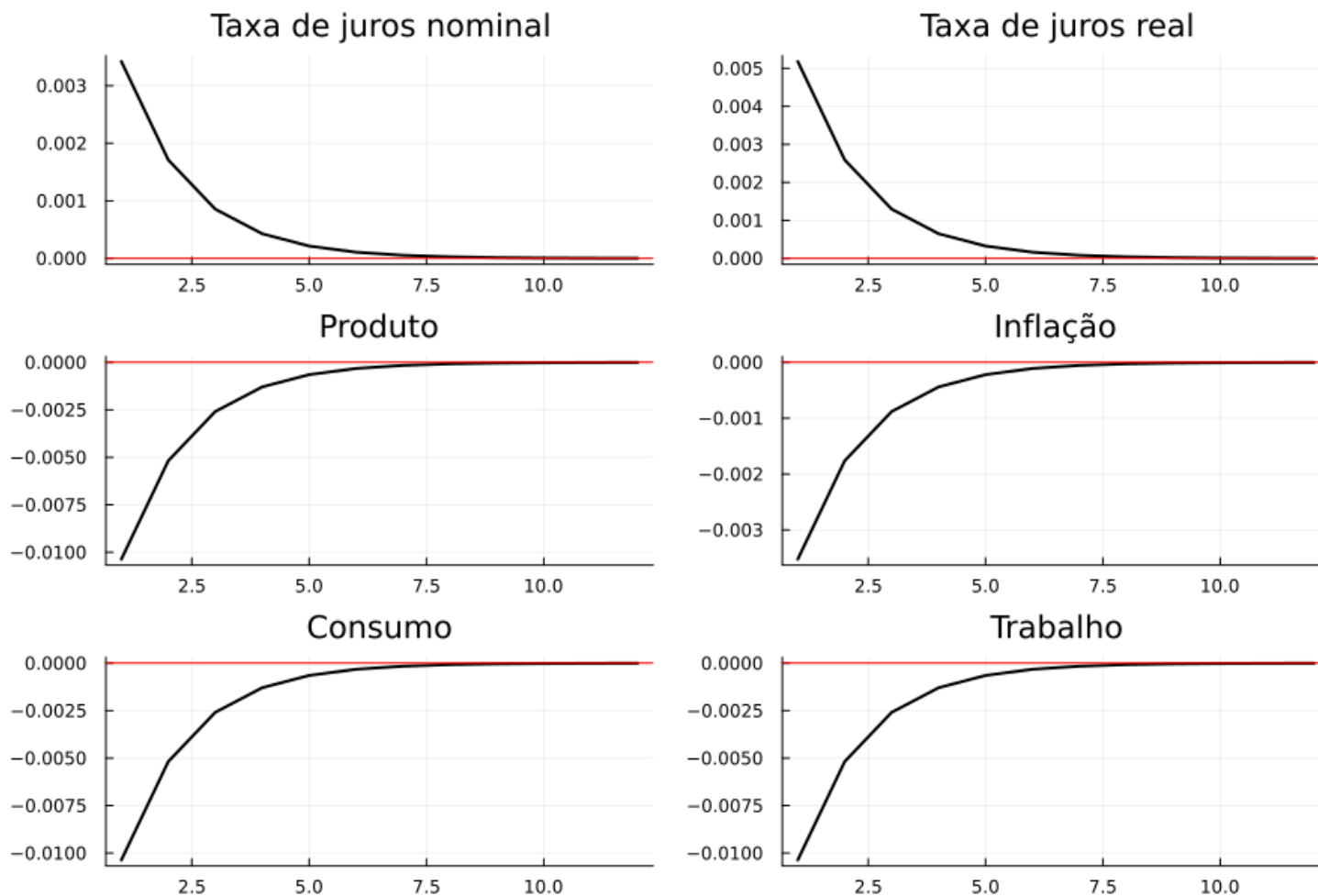
$$\hat{y}_t = \mathbb{E}_t \hat{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - r_t^n)$$

- Regra de política monetária:

$$i_t = \zeta + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \hat{y}_t + v_t$$

- A conclusão fundamental do modelo Novo-Keynesiano é que as variáveis reais não podem ser determinadas de forma independente da política monetária, ou seja, **a política monetária não é neutra.**

Choque de política monetária



Modelo Novo-Keynesiano de economia aberta



Famílias



- No primeiro problema, as famílias buscam minimizar o custo do consumo escolhendo a quantidade de bens locais e importados a serem adicionados com uma função CES, ou seja:

$$\min_{\{C_t^h, C_t^f\}} P_t^h C_t^h + P_t^f C_t^f \quad (1)$$

- Sujeito a:

$$C_t = \left[(1 - \gamma)^{\frac{1}{\alpha}} C_t^h^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} + \gamma^{\frac{1}{\alpha}} C_t^f^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \right]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \quad (2)$$

- Donde:
 - $\alpha > 0$ é o parâmetro de elasticidade de substituição entre produtos locais e importados.
 - γ é a parcela do consumo de bens importados
 - C_t^h e C_t^f são agregadores do tipo Dixit-Stiglitz de variedades de produtos locais e importados.

Famílias



- Consequentemente, a minimização das despesas de consumo das famílias pode ser resolvida com a seguinte equação de Lagrange:

$$\mathcal{L}(C_t^h, C_t^f, \lambda_t^c) = P_t^h C_t^h + P_t^f C_t^f - \lambda_t^c \left\{ \left[(1 - \gamma)^{\frac{1}{\alpha}} C_t^{h \frac{\alpha-1}{\alpha}} + \gamma^{\frac{1}{\alpha}} C_t^{f \frac{\alpha-1}{\alpha}} \right]^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} - C_t \right\} \quad (3)$$

- A partir das condições de primeira ordem, é obtida a função de demanda para cada tipo de bem:
 - Bens domésticos:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t^h} = P_t^h - \lambda_t^c C_t^{\frac{1}{\alpha}} (1 - \gamma)^{\frac{1}{\alpha}} C_t^{h - \frac{1}{\alpha}} = 0$$

$$C_t^h = (1 - \gamma) \left(\frac{P_t^h}{\lambda_t^c} \right)^{-\alpha} C_t \quad (4)$$

Famílias



— Bens importados:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t^f} = P_t^f - \lambda_t^c C_t^{\frac{1}{\alpha}} \gamma^{\frac{1}{\alpha}} C_t^{f-\frac{1}{\alpha}} = 0$$

$$C_t^f = \gamma \left(\frac{P_t^f}{\lambda_t^c} \right)^{-\alpha} C_t \quad (5)$$

- Além disso, ao substituir as funções de demanda (4) e (5) na agregação de consumo (2), é possível encontrar uma expressão para o **índice de preços ao consumidor**:

$$P_t = \lambda_t^c = \left[(1 - \gamma) P_t^h^{1-\alpha} + \gamma P_t^f^{1-\alpha} \right]^{\frac{1}{\alpha-1}} \quad (6)$$

Famílias



- O segundo problema das famílias é maximizar a utilidade esperada sujeita à restrição orçamentária. Como é possível afirmar que $P_t^h C_t^h + P_t^f C_t^f = P_t C_t$ a família deve :

$$\max_{\{C_t, N_t, B_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \right) \quad (7)$$

- Sujeito a :

$$P_t C_t + \mathbb{E}_t(Q_{t,t+1} B_{t+1}) \leq W_t N_t + B_t + D_t \quad (8)$$

- Onde $Q_{t,t+1}$ é o preço no período t de um título que paga uma unidade de moeda no período $t + 1$.
- Além disso, supõe-se que a família tenha acesso a créditos contingentes comercializados internacionalmente.

Famílias



- O Lagrangiano do problema de maximização restrita das famílias é dado por:

$$\mathcal{L}(C_t, N_t, B_{t+1}, \lambda_t) = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \lambda_t [W_t N_t + B_t + D_t - P_t C_t - \mathbb{E}_t(Q_{t,t+1} B_{t+1})] \right\} \quad (9)$$

- As **condições de primeira ordem** associadas a este problema de otimização são:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = C_t^{-\sigma} - \lambda_t P_t = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = -N_t^{\varphi} + \lambda W_t = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_t} = -\lambda_t \mathbb{E}_t(Q_{t,t+1}) + \beta \mathbb{E}_t \lambda_{t+1} = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_t} = W_t N_t + B_t + D_t - P_t C_t - \mathbb{E}_t(Q_{t,t+1} B_{t+1}) = 0$$

Famílias



- As condições de otimalidade das famílias podem ser representadas como:

$$\lambda_t = \frac{C_t^{-\sigma}}{P_t} \quad (10)$$

- O multiplicador de Lagrange representa a utilidade marginal do consumo.** Á medida que a quantidade consumida cresce, o valor de cada unidade adicional de consumo para o indivíduo torna-se cada vez menor.

$$\frac{N^\varphi}{C_t^{-\sigma}} = \frac{W_t}{P_t} \quad (11)$$

- A taxa marginal de substituição entre lazer e consumo depende do salário real.** Um aumento no salário real torna o lazer mais custoso, levando as famílias a aumentar sua oferta de trabalho.

Famílias



- Por outro lado, o preço dos títulos é o fator de desconto estocástico das famílias:

$$\mathbb{E}_t(Q_{t,t+1}) = \beta \mathbb{E}_t\left(\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t}\right) \quad (12)$$

- Substituindo a CPO (10) em (12), encontramos a equação de Euler que descreve a trajetória de consumo ideal da família ao longo do tempo:

$$\beta \mathbb{E} \left[\left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right] = \frac{1}{I_t} \quad (13)$$

- Onde $I_t = \frac{1}{\mathbb{E}_t(Q_{t,t+1})}$ é o rendimento dos títulos que pagam uma unidade de moeda nacional em $t + 1$
- **A taxa marginal de substituição intertemporal do consumo depende do preço dos títulos.** Um aumento no preço dos títulos torna a poupança mais cara, fazendo com que as famílias aumentem seu consumo presente em relação ao consumo futuro.

Famílias



- Tomando o logaritmo das condições de otimalidade:

Oferta de trabalho (condição intratemporal)

$$w_t - p_t = \varphi n_t + \sigma c_t \quad (14)$$

Equação de Euler (condição intertemporal)

$$c_t = \mathbb{E}_t c_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - \rho) \quad (15)$$

- Onde $i_t = \log I_t$, $\pi_t = p_t - p_{t-1}$ e $\rho = -\log \beta$.

Termos de comércio e identidades

- Por definição, a lei do preço único no comércio internacional implica a seguinte relação:

$$\begin{aligned}P_t^f &= S_t P_t^* \\ p_t^f &= s_t + p_t^*\end{aligned}\tag{16}$$

- Em que S_t é a taxa de câmbio nominal e P_t^* é o preço do bem importado denominado em moeda estrangeira
- Por outro lado, a expressão que define os termos de troca entre a economia doméstica e o país externo é:

$$\Delta_t = \frac{P_t^f}{P_t^h} = \frac{S_t P_t^*}{P_t^h}\tag{17}$$

$$\delta_t = s_t + p_t^* - p_t^h\tag{18}$$

Termos de comércio e identidades

- Além disso, a equação da taxa de câmbio real é:

$$Z_t = \frac{S_t P_t^*}{P_t} = \frac{\Delta_t P_t^h}{P_t}$$
$$z_t = \delta_t + p_t^h - p_t \quad (19)$$

- Por fim, ao linearizar logicamente a equação que define o índice de preços na economia doméstica (6) e satisfazer a condição de paridade do poder de compra (PPP), temos:

$$p_t = (1 - \gamma)p_t^h + \gamma p_t^f = p_t^h + \gamma \delta_t \quad (20)$$

- A inflação pode, portanto, ser expressa em termos de inflação interna e da mudança nos termos de troca:

$$\pi_t = \pi_t^h + \gamma(\delta_t - \delta_{t-1}) \quad (21)$$

Compartilhamento de riscos internacionais

- Como os agentes que residem no exterior têm acesso ao mesmo conjunto de ativos financeiros que as famílias domésticas, por analogia com (13), seu problema de otimização intertemporal implica que:

$$\beta \mathbb{E}_t \left[\left(\frac{C_{t+1}^*}{C_t^*} \right)^{-\sigma} \frac{S_t P_t^*}{S_{t+1} P_{t+1}^*} \right] = \mathbb{E}_t (Q_{t,t+1})$$
$$\beta \mathbb{E}_t \left[\left(\frac{C_{t+1}^*}{C_t^*} \right)^{-\sigma} \frac{P_t^*}{P_{t+1}^*} \right] = \frac{1}{I_t^*} \quad (22)$$

- Em que $I_t^* = \mathbb{E}_t \left[\left(Q_{t,t+1} \frac{S_{t+1}}{S_t} \right)^{-1} \right]$ é a taxa de retorno (em moeda local) dos títulos denominados em moeda estrangeira.

Compartilhamento de riscos internacionais

- Com o exposto acima, ao equacionar (13) e (22) juntamente com a definição da taxa de câmbio, é possível encontrar uma expressão que relacione o consumo das famílias no país de origem com o consumo das famílias não residentes:

$$C_t = C_t^* Z_t^{\frac{1}{\sigma}} \quad (23)$$

- Com sua respectiva linearização logarítmica, a equação acima tem o seguinte formato com $c_t^* = y_t^*$:

$$c_t = c_t^* + \frac{1}{\sigma} z_t = y_t^* + \left(\frac{1 - \gamma}{\sigma} \right) \delta_t \quad (24)$$

Paridade de juros descoberta

- Sob a premissa de mercados financeiros internacionais completos, combinando o preço de equilíbrio dos títulos denominados em moeda estrangeira e o dos títulos nacionais, obtém-se a condição de paridade de juros descoberta:

$$\mathbb{E}_t \left\{ Q_{t,t+1} \left[I_t - I_t^* \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right) \right] \right\} = 0 \quad (25)$$

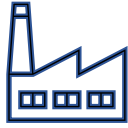
- De forma log-linearizada, a expressão relaciona a taxa de juros doméstica com a taxa de juros estrangeira e a depreciação da taxa de câmbio:

$$i_t = i_t^* + \mathbb{E}_t(s_{t+1} - s_t) \quad (26)$$

- Observe que, ao combinar (26) com (18), os termos de troca são uma função dos diferenciais da taxa de juros real:

$$\delta_t = \mathbb{E}_t \delta_{t+1} + i_t^* - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^* - (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^h) \quad (27)$$

Firmas



- Supõe-se que exista um conjunto contínuo de empresas que produzem os bens diferenciados indexados com $i \in [0,1]$
- Embora cada empresa produza um bem diferenciado, a função de produção de todas as empresas é idêntica e é determinada da seguinte forma

$$Y_{i,t} = A_t N_{i,t} \quad (28)$$

- Além disso, todas as empresas têm a mesma tecnologia (produtividade) A_t , que é caracterizada pelo seguinte processo autorregressivo:

$$\log A_t = \rho_A \log A_{t-1} + \varepsilon_t \quad (29)$$

- Onde $0 < \rho_A < 1$ é o parâmetro de persistência do processo exógeno e $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ é uma inovação.

Firmas



- O primeiro problema da firma consiste em minimizar o custo total dos insumos:

$$\min_{\{N_{i,t}\}} W_t N_{i,t} \quad (30)$$

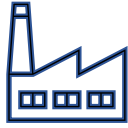
- Sujeito a:

$$P_t^h Y_{i,t} = P_t^h A_t N_{i,t} \quad (31)$$

- Derivando as condições de primeira ordem e resolvendo-as por meio de linearização logarítmica, verifica-se que o custo marginal real (comum a todas as empresas) é:

$$\varphi_t = w_t - p_t^h - a_t \quad (32)$$

Firmas



- Por outro lado, supõe-se novamente que as empresas enfrentam rigidez nominal nos preços seguindo uma estrutura semelhante à de Calvo. Isso significa que, com probabilidade $1 - \theta$ cada empresa poderá ajustar seus preços em qualquer período e, com probabilidade $\theta \in (0,1)$ não poderá fazê-lo. O problema é o seguinte:

$$\max_{\{\bar{p}_t^h\}} \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} \theta^j Q_{t,t+j} (\bar{p}_t^h - \Phi_{t+j}) Y_{t+j} \quad (33)$$

- Sujeito a:

$$Y_{i,t+j} = \left(\frac{\bar{p}_t^h}{p_{t+j}^h} \right)^{-a} Y_{t+j} \quad (34)$$

- Consequentemente, ao linearizar a estratégia de preço ideal para a empresa, isso significa que:

$$\bar{p}_t^h = (1 - \beta\theta) \mathbb{E}_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta\theta)^j (\varphi_{t+j} + p_{t+j}^h) \quad (35)$$

Setor externo



- O país externo é grande em relação à economia doméstica.
- A demanda externa por bens domésticos depende dos termos de troca.
- As famílias estrangeiras têm as mesmas preferências que suas contrapartes locais, portanto:

$$C_{i,t}^{h*} = \gamma \left(\frac{P_{i,t}^h}{P_t^h} \right)^{-a} \left(\frac{P_t^h}{S_t P_t^*} \right)^{-\alpha} Y_t^* \quad (36)$$

- A condição de Euler para as famílias que residem no exterior implica:

$$y_t^* = \mathbb{E}_t y_{t+1}^* - \frac{1}{\sigma} (i_t^* - \mathbb{E}_t \pi_{t+1} - \rho^*) \quad (37)$$

Curva IS dinâmica

- O país externo é grande em relação à economia doméstica.

$$Y_t = C_t^h + C_t^{h*} \quad (38)$$

$$Y_t = (1 - \gamma) \left(\frac{P_t^h}{P_t} \right)^{-\alpha} C_t + \gamma \Delta_t^\alpha Y_t^* \quad (39)$$

- Com a linearização logarítmica, a expressão acima pode ser reescrita como

$$y_t = (1 - \gamma)c_t + \gamma(2 - \gamma)\alpha\delta_t + \gamma y_t^* \quad (40)$$

Curva IS dinâmica

- Agora, combinando os resultados de (24) para eliminar o consumo em (40):

$$y_t = y_t^* + \frac{1}{\sigma_\gamma} \delta_t \quad (41)$$

Com $\sigma_\gamma = \frac{\sigma}{1+\gamma(\bar{\omega}-1)} > 0$ e $\bar{\omega} = \sigma\alpha + (1-\gamma)(\sigma\alpha - 1)$

- Combinando (40), (41) com a condição de Euler em (15) e usando (21), obtém-se a [equação dinâmica da curva IS](#):

$$y_t = \mathbb{E}_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma_\gamma} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^h - \rho) + \gamma(\bar{\omega} - 1) \mathbb{E}_t (y_{t+1}^* - y_t^*) \quad (42)$$

- Observe que, nesse caso, diferentemente do modelo de economia fechada, o hiato do produto também dependerá da dinâmica da economia externa e de suas expectativas.

Curva IS dinâmica

- Com o resultado acima e fazendo uso de (42), a curva IS dinâmica pode ser reescrita em termos do hiato do produto:

$$\hat{y}_t = \mathbb{E}_t \hat{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma_y} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^h - r_t^n) \quad (43)$$

- Onde $r_t^n = \rho + \sigma_y \mathbb{E}_t (y_{t+1}^n - y_t^n) + \sigma_y \gamma (\bar{\omega} - 1) \mathbb{E}_t (y_{t+1}^* - y_t^*)$ sendo a taxa natural de juros da economia.
- A política monetária segue uma regra de Taylor da seguinte forma:

$$i_t = \zeta + \phi_\pi \pi_t^h + \phi_y \hat{y}_t + v_t \quad (44)$$

Curva de Phillips Novo-Keynesiana

- Agora, sob a estrutura de preços Calvo assumida pelas empresas, a dinâmica do índice de preços dos produtos domésticos é descrita pela equação:

$$P_t^h = \left[\theta P_{t-1}^{h^{1-a}} + (1 - \theta) \bar{P}_t^{h^{1-a}} \right]^{\frac{1}{1-a}} \quad (45)$$

- Que pode ser log-linearizada da seguinte forma:

$$\pi_t^h = (1 - \theta)(\bar{p}_t^h - p_{t-1}^h) \quad (46)$$

- E combinando a última expressão com a condição de otimização de preços da empresa (35), descobre-se que a inflação pode ser definida como:

$$\pi_t^h = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^h + \lambda \hat{\varphi}_t \quad (47)$$

- Onde $\lambda = \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta}$

Curva de Phillips Novo-Keynesiana

- Embora (47) seja semelhante à expressão da inflação em uma economia fechada, ela difere pelo fato de que agora o $\hat{\varphi}_t$ também dependerá da demanda externa e dos termos de troca.
- Consequentemente, a partir de (32) e fazendo um pouco de álgebra, obtemos isso:

$$\varphi_t = (w_t - p_t^h) - a_t \quad (48)$$

$$\varphi_t = \varphi y_t + \sigma y_t^* + \delta_t - (1 + \varphi)a_t \quad (49)$$

- Por outro lado, usando (41) para substituir δ_t , o φ_t é:

$$\varphi_t = (\sigma_\gamma + \varphi)y_t + \gamma(\bar{\omega} - 1)\sigma_\gamma y_t^* - (1 + \varphi)a_t \quad (50)$$

Curva de Phillips Novo-Keynesiana

- Agora, supõe-se que o hiato do produto pode ser definido como a diferença entre o seu nível observado e o seu valor de longo prazo:

$$\hat{y}_t = y_t - y_t^n \quad (51)$$

- Com a definição $\bar{\varphi} = -\mu = -\log\left(\frac{a}{a-1}\right)$, e resolvendo o problema da produção doméstica em (50), obtemos a definição da produção de longo prazo que depende da demanda externa:

$$y_t^n = \Omega + \Gamma a_t + \Psi y_t^* \quad (52)$$

Onde $\Omega = -\frac{\mu}{\sigma_Y + \varphi}$, $\Gamma = \frac{1+\varphi}{\sigma_Y + \varphi} > 0$ e $\Psi = -\frac{\gamma(\bar{\omega}-1)\sigma_Y}{\sigma_Y + \varphi}$

Curva de Phillips Novo-Keynesiana

- Com o exposto acima, novamente a partir de (50), verifica-se que o custo marginal real e o hiato do produto estão relacionados por meio da seguinte expressão:

$$\hat{\varphi}_t = (\sigma_\gamma + \varphi) \hat{y}_t \quad (53)$$

- E, finalmente, combinando a equação acima com a definição de inflação encontrada em (47), obtemos a [curva de Phillips neokeynesiana](#) para essa economia:

$$\pi_t^h = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^h + \kappa \hat{y}_t \quad (54)$$

Sendo $\kappa = \lambda(\sigma_\gamma + \varphi)$

- Combinando a equação (52) com a equação para a taxa de câmbio natural, pode-se encontrar uma expressão de forma fechada para esta:

$$r_t^n = \rho - \sigma_\gamma \Gamma(1 - \rho_A) a_t + \sigma_\gamma [\gamma(\bar{\omega} - 1) + \Psi] \mathbb{E}_t (y_{t+1}^* - y_t^*)$$

Resumo

- Curva de Philips Novo-Keynesiana:

$$\pi_t^h = \beta \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^h + \kappa \hat{y}_t \quad (55)$$

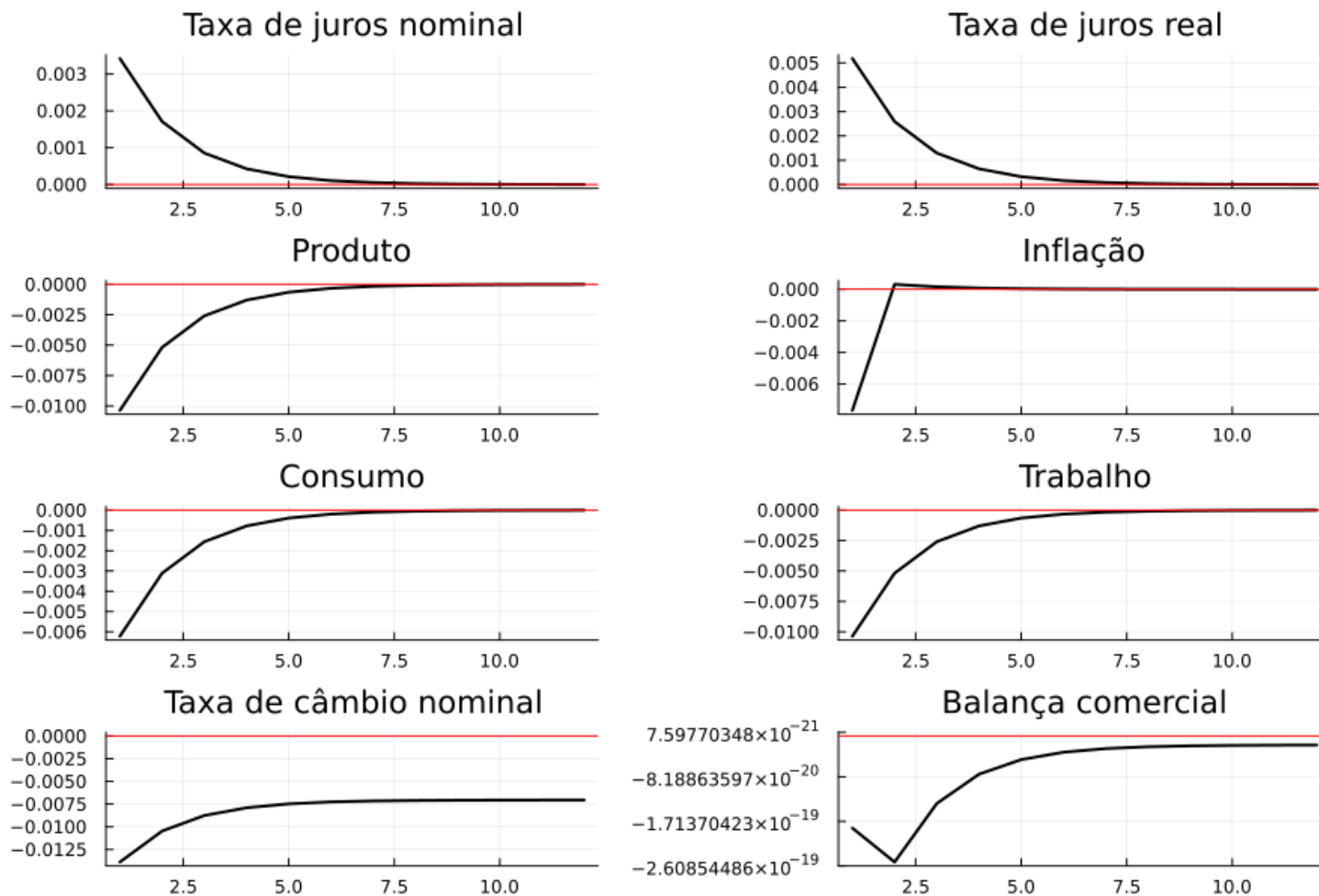
- Curva IS dinâmica:

$$\hat{y}_t = \mathbb{E}_t \hat{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma_y} (i_t - \mathbb{E}_t \pi_{t+1}^h - r_t^n) \quad (56)$$

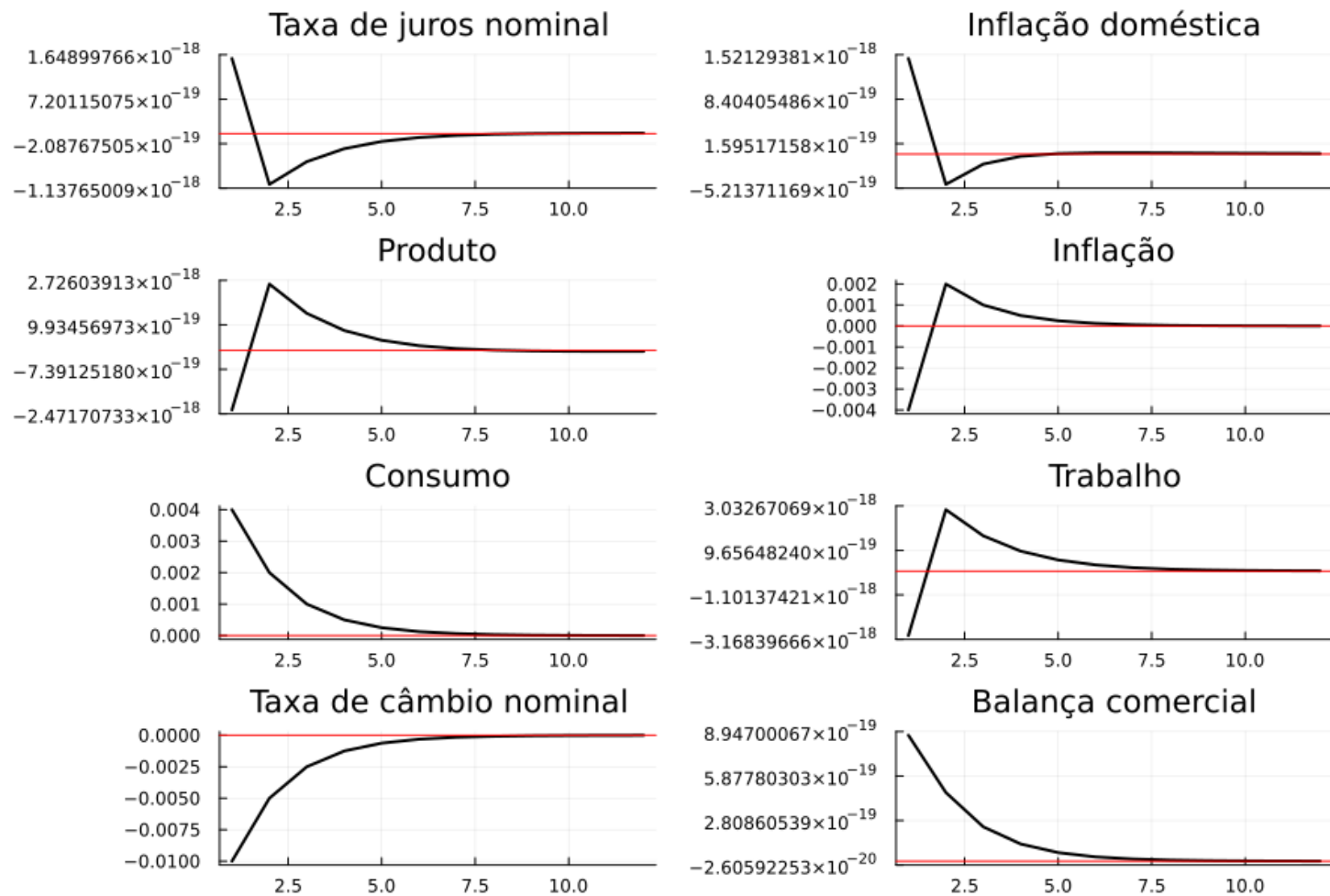
- Regra de política monetária:

$$i_t = \zeta + \phi_\pi \pi_t^h + \phi_y \hat{y}_t + v_t \quad (57)$$

Choque de política monetária



Choque de demanda externa



Referências bibliográficas

BANCO INTERAMERICANO DE DESENVOLVIMENTO.
Treinamento FISLAC. Divisão de Gestão Fiscal. Brasília,
novembro de 2025.

Obrigado!

Contato:

PROF. DR. SÉRGIO RICARDO DE BRITO GADELHA

E-mail: sergio.gadelha@idp.edu.br e professor.sergio.Gadelha@gmail.com

Sítio eletrônico: <https://sergiorbgadelha.com.br/>