

## **Macroeconomia II**

### **Aula 2(c): A Economia Centralizada A Dinâmica dos Investimentos**

# Informativo

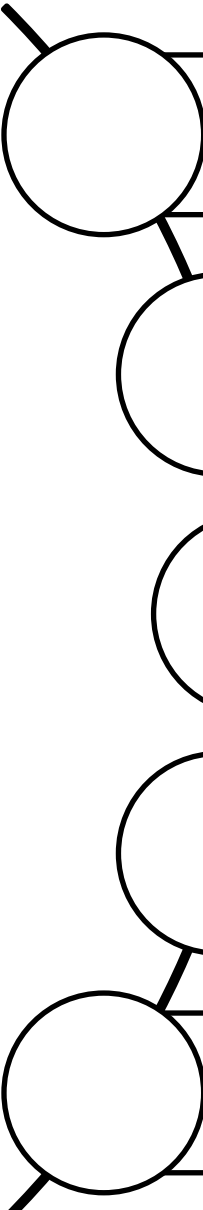
Essa nota de aula é um resumo dos principais tópicos constantes nas referências bibliográficas da disciplina Macroeconomia 2 (“Teoria Macroeconômica”), lecionada no Mestrado Profissional em Economia, Políticas Públicas e Desenvolvimento do Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa (IDP).

Eu destaco que essa nota de aula não tem fins comerciais, servindo exclusivamente como material de apoio às aulas dessa disciplina.

Quaisquer erros e omissões são de minha inteira responsabilidade.

Contribuições e considerações podem ser enviadas para:  
[sergio.gadelha@idp.edu.br](mailto:sergio.gadelha@idp.edu.br)

# Premissas do modelo Ramsey-Cass-Koopmans



Modelo de agente representativo (família representativa, dinastia) com vida infinita (Ramsey, 1928; Cass, 1965; Koopmans, 1965)

Utilidade separável ao longo do tempo.

Retornos constantes de escala.

Produtividade marginal decrescente.

Economia fechada e sem governo.

# Premissas do modelo Ramsey-Cass-Koopmans



Agentes competitivos, acumulação de capital e produção

A economia está fechada ao comércio exterior, não há governo, não há decisão sobre oferta de mão de obra, não há dinheiro.

Não há incerteza, pois se trata de uma economia de previsão perfeita. Modelo determinístico.

# Hipóteses

Considera-se a presença do investimento no modelo básico, todavia a ênfase tem sido no estoque de capital, mas não no investimento em si.

Acumular capital no modelo só tinha um custo de oportunidade quanto o agente representativo deixava de consumir.

Porém, existem outras oportunidades, por exemplo: (i) custos de ajustamentos para instalar capital novo; (ii) tempo para que o capital seja acumulado e disponibilizado para a produção.

# Duas abordagens a serem estudadas

Investimentos

```
graph TD; A[Investimentos] --> B[Teoria q de Tobin]; A --> C["Time to built: Tempo de Construir e Custo de Instalação do Capital"]
```

Teoria  $q$  de Tobin

***Time to built:*** Tempo de Construir e Custo de Instalação do Capital

## Teoria “q” de Tobin

*Time to built:* Tempo de Construir e Custo de Instalação do Capital

# Introdução

Na ausência de custos de transação, um choque que altere o equilíbrio da economia faz com que:

- (i) O capital se ajuste ao longo do tempo ao novo equilíbrio;
- (ii) O investimento se ajuste instantaneamente.



# Introdução

A Teoria “q” de Tobin mede as expectativas pelo comportamento do preço das ações, que representam participações na propriedade das empresas. Mercado de ações é o mercado em que essas participações são negociadas.

---

Quando as empresas têm muitas oportunidades de investimento lucrativo, há uma tendência de valorização das suas ações, pois isso implica um maior retorno futuro para seus detentores.

---

James Tobin considera que as empresas baseiam suas decisões de investimento na seguinte razão, conhecida como q de Tobin:

# Introdução

## Definição:

$q = (\text{valor de mercado do capital instalado}) / (\text{custo de reposição do capital instalado})$

= preço da demanda/preço da oferta

Trata-se de índice de lucratividade que reflete a situação de oferta dos bens de capital, e as expectativas em relação a esse estoque.

O numerador do  $q$  de Tobin é o valor do capital existente na economia tal como avaliado pelo mercado de ações. O denominador é o preço do capital se fosse comprado hoje.

# Introdução

Trata-se da proporção entre o custo de adquirir a empresa através do mercado financeiro e o custo de comprar o capital da empresa no mercado de produto.

O valor de  $q$  de um empreendimento é igual ao valor descontado dos futuros dividendos pagos pela empresa por unidade de capital da empresa.

Suponha que o estoque de capital seja constante, que a PMgK seja constante e que a taxa de depreciação seja  $\delta$ . Neste caso, o dividendo de cada período por unidade de capital é igual a  $PMgK - \delta$ , e o valor de  $q$  é igual a:

# Introdução

$$q = \frac{(PMgK - \delta)}{(1+r)} + \frac{(PMgK - \delta)}{(1+r)^2} + \frac{(PMgK - \delta)}{(1+r)^3} + \dots$$

Nesse ambiente simples, em que a PMgK é a mesma em cada período, a expressão para  $q$  pode ser modificada para:

$$q = \frac{(PMgK - \delta)}{r}$$

# Três resultados possíveis

- (i)  $q > 1 \Rightarrow PMgK > (r + \delta)$ : O preço por ação do capital na bolsa de valores é maior do que o custo físico do capital. O mercado de ações considera que o capital instalado vale mais do que seu custo de reposição. Os empresários poderiam aumentar o valor de mercado de suas empresas comprando mais capital. O mercado acionário está valorizando a empresa mais do que ela vale em termos de reposição do capital instalado. Logo, vale a pena investir, pois a valorização da empresa no mercado mais do que compensa o custo de se aumentar o estoque de capital. Portanto,  $q > 1$  assinala que, vendendo ações, a empresa pode financiar lucrativamente um novo projeto de investimento. A quantidade desejada de capital no próximo período  $K_{t+1}^*$  é maior que o estoque de capital no nível  $K$  ( $K_{t+1}^* > K$ ).
- (ii)  $q < 1 \Rightarrow PMgK < (r + \delta)$ : O estoque de capital é menor do que seu custo de reposição. Os empresários não substituiriam o capital à medida que este se desgasta e, então, o investimento se reduz. Não haverá incentivos para investir ( $K_{t+1}^* < K$ ) e o investimento deve ser baixo.
- (iii)  $q = 1 \Rightarrow PMgK = P_K (r + \delta)$ : O valor da empresa avaliado pelo mercado acionário é igual ao custo de reposição de seu capital instalado ( $K_{t+1}^* = K$ ).

# Relação entre PMgK e custo do capital

$PMgK > P_k (r + \delta) \Rightarrow$  O capital instalado gera lucro. Esse lucro torna desejável a posse de empresas locadoras, o que aumenta o valor das ações dessas empresas, implicando um valor mais alto para  $q$ .

$PMgK < P_k (r + \delta) \Rightarrow$  O capital instalado registra prejuízo, o que representa um baixo valor de mercado e um baixo valor de  $q$ .

# Introdução

O  $q$  de Tobin reflete a lucratividade esperada futura do capital e a lucratividade corrente.

Por exemplo, se o Congresso Nacional aprova uma lei reduzindo o imposto de renda da pessoa jurídica a partir do próximo ano, esta queda esperada do imposto implica lucros maiores para os donos de capital.

Esses lucros mais altos aumentam o valor do mercado de ações no presente, elevam o  $q$  de Tobin e, portanto, estimulam o investimento hoje.

# Introdução

Esse índice oferece, também, uma razão para esperar que as flutuações no mercado de ações estejam estreitamente relacionadas com flutuações no produto e no emprego.

Considere uma queda no preço das ações. Como o custo de reposição do capital é bastante estável, a queda no mercado de ações implica uma queda no  $q$  de Tobin.

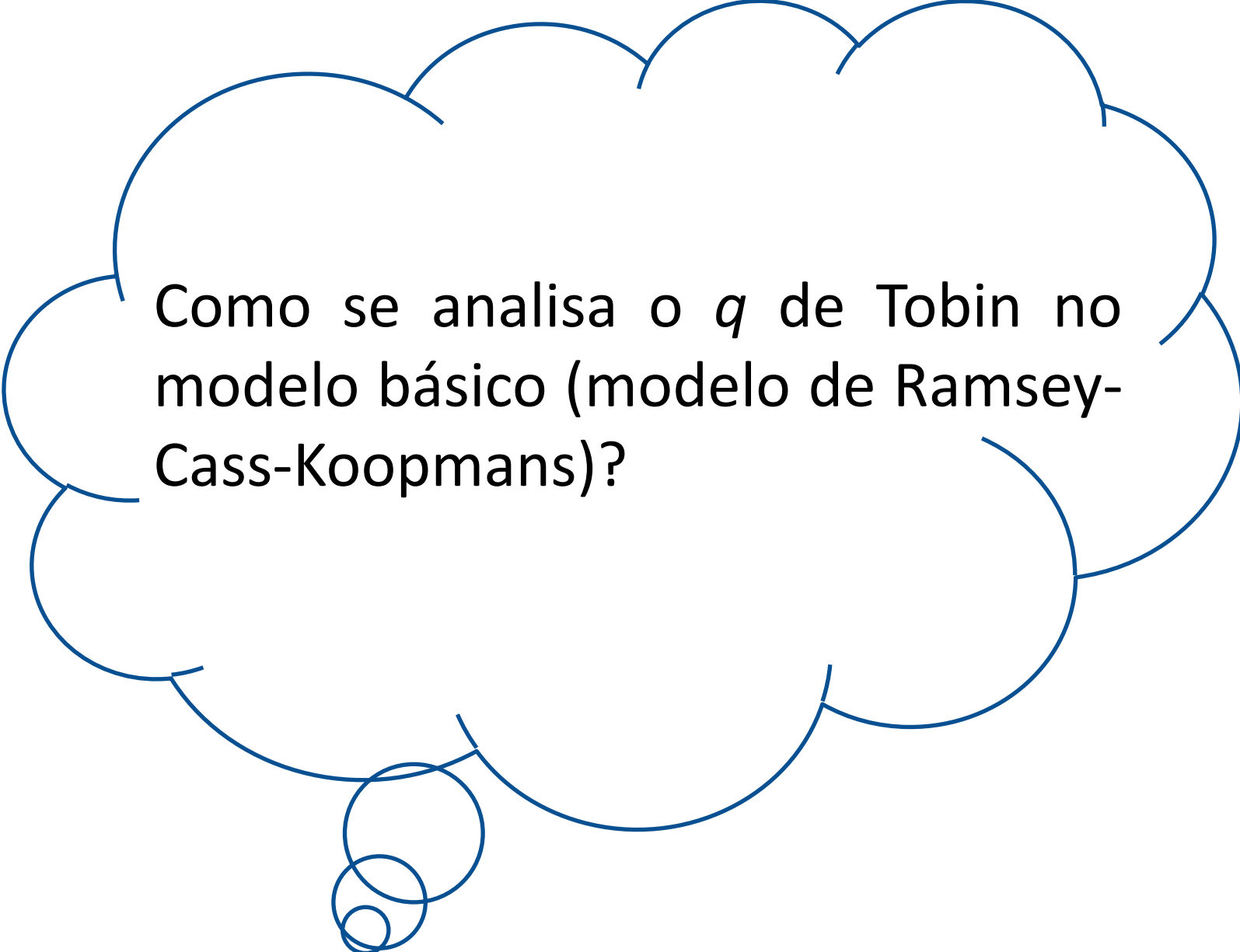
Uma queda em  $q$  reflete o pessimismo dos investidores quanto à lucratividade, corrente ou futura, do capital, e provocará uma redução no investimento, reduzindo a demanda agregada:



# Introdução

$$\begin{aligned} \downarrow q &\Rightarrow \downarrow I \Rightarrow \downarrow Y = C + \downarrow I + G + X - M = \downarrow DA \\ &e \\ \uparrow q &\Rightarrow \uparrow I \Rightarrow \uparrow Y = C + \uparrow I + G + X - M = \uparrow DA \end{aligned}$$

*Ceteris paribus*, note que uma queda na cotação das ações na Bolsa de Valores irá reduzir o valor de mercado do capital instalado e, conseqüentemente, irá reduzir  $q$  de Tobin.



Como se analisa o  $q$  de Tobin no modelo básico (modelo de Ramsey-Cass-Koopmans)?

# Custo de instalação

Suponha que o **custo de instalação para cada unidade de capital (investimento)** é dada por:

$$\frac{1}{2} \phi \left( \frac{i_t}{k_t} \right), \phi > 0 \quad (1)$$

Interpretação: assume-se custos proporcionais ao investimento em relação ao capital. O custo de uma unidade de investimento depende de quão grande é em relação ao tamanho do estoque de capital existente.

**Quanto maior o investimento em relação ao estoque de capital, maior os custos para instalação do novo capital.** A restrição de recursos enfrentada pela economia torna-se agora não linear em  $i_t$  e  $k_t$ , sendo dada por:

# Custo de instalação

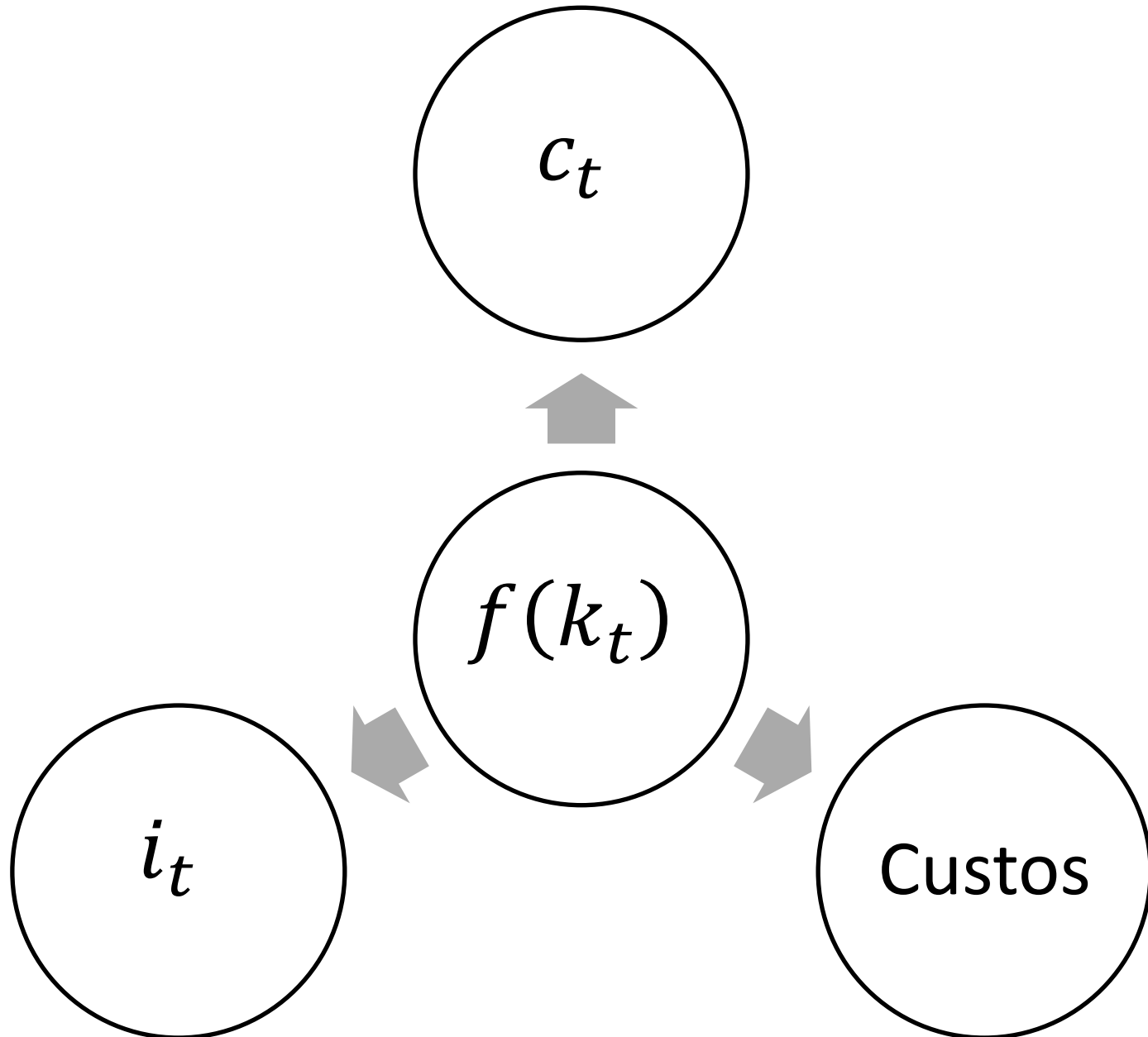
$$f(k_t) = c_t + \left(1 + \phi \frac{i_t}{k_t}\right) i_t \quad (2)$$

Assume-se que o capital é o único fator de produção, ignorando-se assim trabalho (e, por consequência, lazer).

---

Dado que o interesse é o investimento, não se combina a restrição de recursos com a equação de acumulação do capital.

# Custo de instalação



# Custo de instalação

O Lagrangeano para esse problema de otimização, isto é, para maximizar o valor presente da utilidade, é dado por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_t &= \sum_{s=0}^{\infty} \left\{ \beta^s U(c_{t+s}) + \lambda_{t+s} \left[ F(k_{t+s}) - c_{t+s} - i_{t+s} - \frac{\phi}{2} \frac{i_t^2}{k_t} \right] \right. \\ &\quad \left. + \mu_{t+s} [i_{t+s} - k_{t+s+1} + (1 - \delta)k_{t+s}] \right\} \quad (3) \end{aligned}$$

# Condições de Primeira Ordem

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_{t+s}} = \beta^s U_{c,t+s} - \lambda_{t+s} = 0 \quad s \geq 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial i_{t+s}} = -\lambda_{t+s} \left( 1 + \phi \frac{i_{t+s}}{k_{t+s}} \right) + \mu_{t+s} \quad s \geq 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial k_{t+s}} \\ &= \lambda_{t+s} \left[ F_{k,t+s} + \frac{\phi}{2} \left( \frac{i_{t+s}}{k_{t+s}} \right)^2 \right] - \mu_{t+s-1} + (1 - \delta) \mu_{t+s} \\ &= 0 \quad s \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

# Condições de Primeira Ordem

A condição de primeira ordem para o investimento implica que:

$$i_{t+s} = \frac{1}{\phi} (q_{t+s} - 1) k_{t+s}, \quad s \geq 0 \quad (7)$$

Em que a razão entre os multiplicadores de Lagrange é conhecida por  $q$  de Tobin:

$$q_{t+s} = \frac{\mu_{t+s}}{\lambda_{t+s}} \geq 1 \quad (8)$$

Segue-se que o investimento ocorrerá no período  $t + s$  desde que  $q_{t+s} > 1$ .



# Teoria $q$ de Tobin

Interpretação: o  $q$  de Tobin pode ser interpretado como a razão entre o valor de mercado de uma unidade de investimento e seu custo.

Uma unidade extra de capital eleva o produto, e portanto o consumo e a utilidade.

O multiplicador de Lagrange  $\lambda$  é o benefício marginal em termos de utilidade de sacrificar uma unidade do consumo corrente em fim de ter uma unidade extra de investimento e, portanto, capital extra.

# Teoria $q$ de Tobin

O multiplicador de Lagrange  $\mu$  é o benefício marginal em termos de utilidade de uma unidade extra de investimento.

---

Assim,  $q$  mensura o benefício do investimento por unidade do benefício do capital.

---

Expressando a utilidade em termos de unidades de produto,  $q$  pode ser interpretado também como a razão entre o valor de mercado de uma unidade de investimento e seu custo.

# Teoria $q$ de Tobin

Combinando as três primeiras condições de primeira ordem, obtém-se a seguinte relação dinâmica não linear quando  $s = 1$ :

$$F_{k,t+1} = \frac{U_{c,t}}{\beta U_{c,t+1}} q_t - (1 - \delta) q_{t+1} - \frac{1}{2\phi} (q_{t+1} - 1)^2 \quad (9)$$

A equação (9), junto com as equações (6) a (8) e a equação de acumulação do capital,  $k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t$ , ambas formam um sistema de 4 equações dinâmicas não lineares que podemos resolver para as variáveis de decisão (desconhecidas):  $c_t, k_t, i_t$  e  $q_t$ .

## A Solução de Longo Prazo

# A solução de longo prazo

No estado estacionário (equilíbrio) de longo prazo, temos:  
 $\Delta c_t = \Delta k_t = \Delta i_t = \Delta q_t = 0$ .

No longo prazo, a equação de acumulação de capital e a equação (7) implica que (dado que  $\Delta k_t = 0 \Rightarrow i/k = \delta$ ):

$$i = \delta k$$

$$i = \frac{1}{\phi}(q - 1)k$$

Logo:

$$\frac{1}{\phi}(q - 1)k = \delta k \Rightarrow \frac{1}{\phi}(q - 1) = \delta$$

# A solução de longo prazo

O valor de  $q$  de Tobin no longo prazo é dado por:

$$\Rightarrow \frac{1}{\phi}(q - 1)k = \delta k$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\phi}(q - 1) = \delta$$

$$\Rightarrow q - 1 = \delta\phi$$

$$\Rightarrow q = 1 + \delta\phi \geq 1 \quad (10)$$

# A solução de longo prazo

O nível de longo prazo do estoque de capital é obtido a partir da solução no estado estacionário da equação (9). De  $\beta = 1/(1 + \theta)$ , e usando a solução de longo prazo para  $q$ , a equação (9) pode ser reescrita como:

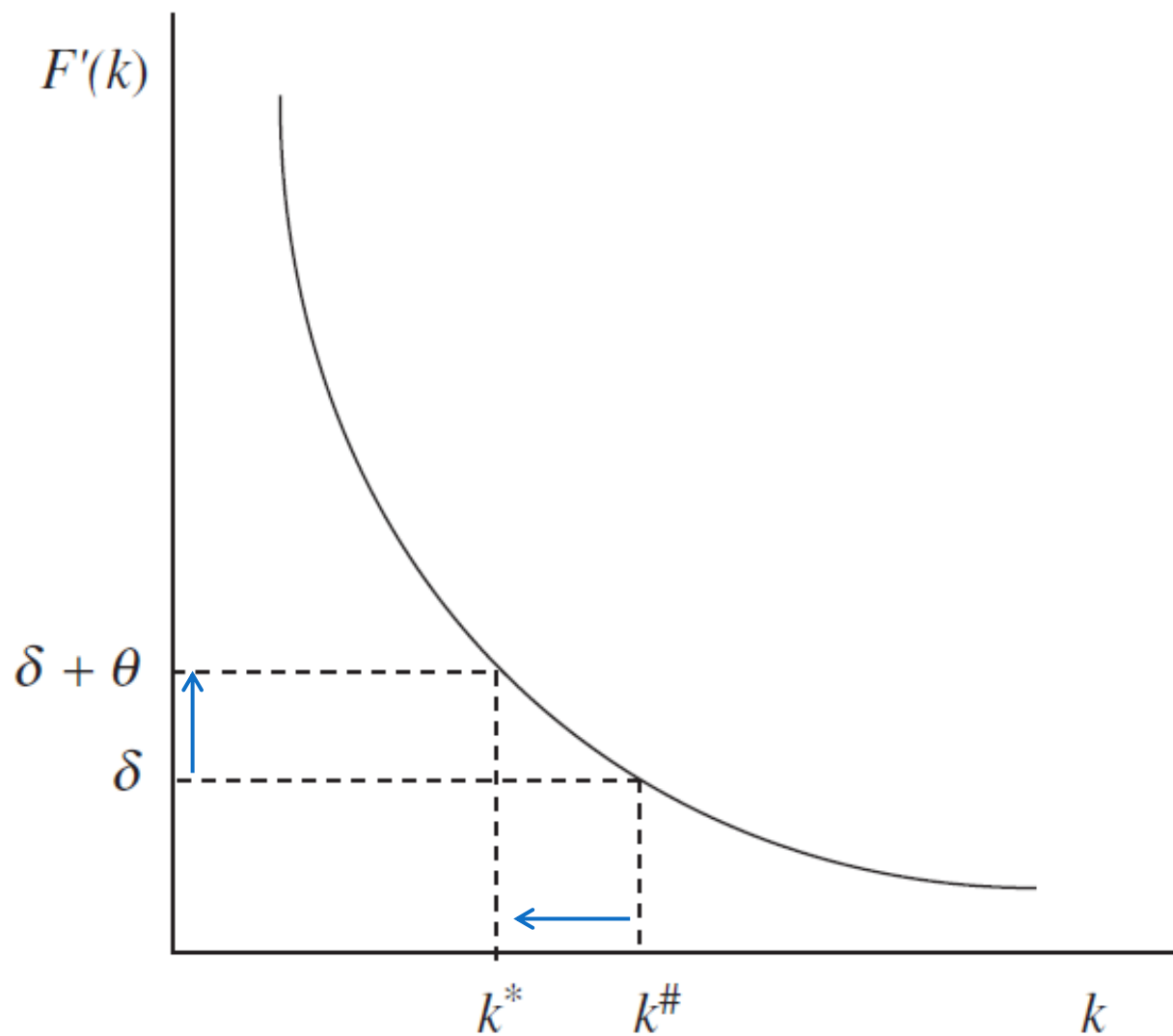
$$f'(k) = f_k = \theta + \delta + \phi\delta \left( \theta + \frac{1}{2}\delta \right) \geq \theta + \delta \quad (11)$$

Na ausência de custo de instalação,  $\phi = 0$ , de modo que:

Na equação (10), temos  $q = 1$

Na equação (11), temos que  $f_k = \theta + \delta$ , que é o mesmo resultado obtido no modelo básico de economia fechada, sem custos de ajustamento. Ou seja, na presença de custos de ajustamento, o estoque de capital em equilíbrio é menor.

# Solução em equilíbrio estático



**Figure 2.5.** Optimal long-run capital.



# A solução de longo prazo

Da figura 2.5, para que  $f_k \geq \theta + \delta$  (isto é, o produto marginal do capital é maior ou igual à taxa de desconto social mais a taxa de depreciação do capital) exige-se um nível mais baixo de capital, implicando que os custos de instalação reduzam o nível ótimo de longo prazo do estoque de capital e, portanto, os níveis ótimos de longo prazo do consumo e do investimento.

Isso ocorre porque os custos de instalação reduzem os recursos disponíveis para consumo e investimento.

## **Dinâmicas de Curto Prazo**

# Dinâmica de curto prazo

Relembrando a equação (9):

$$f_{k,t+1} = \frac{U_{c,t}}{\beta U_{c,t+1}} q_t - (1 - \delta) q_{t+1} - \frac{1}{2\phi} (q_{t+1} - 1)^2 \quad (9)$$

Para ver a dinâmica do modelo, precisamos linearizar a equação (9) quanto à solução no estado estacionário conforme os seguintes passos:

**1º Passo:** tomar uma aproximação de Taylor de primeira ordem de  $(q_{t+1} - 1)^2$  sobre  $q$  (valor em estado estacionário).

# Dinâmica de curto prazo

**2º Passo:** inclua a expressão obtida da aproximação de Taylor de primeira ordem de  $(q_{t+1} - 1)^2$  sobre  $q$  (valor em estado estacionário) na equação (9).

**3º Passo:** considere  $c_{t+1} = c_t$  no estado estacionário.

**4º Passo:** use as equações (10) e (11) para mostrar que:

$$\delta + \frac{\phi \delta^2}{2} = f'(k) - \theta q$$

# Dinâmica de curto prazo

A introdução de custos de instalação afeta o comportamento dinâmico de curto prazo da economia bem como sua solução de longo prazo.

Deve-se analisar uma aproximação para a equação (9) obtida ao assumir que o consumo está em seu nível de estado estacionário, e usando uma aproximação linear para o termo quadrático em  $q_{t+1}$  sobre  $q$ , o nível de estado estacionário dado pela equação (10).

Combinando os resultados, somos capazes de aproximar a equação (9) pela equação *forward-looking*:

$$q_t = \beta q_{t+1} + \beta \left( F_{k,t+1} - \delta - \frac{1}{2} \phi \delta^2 \right) \quad (12)$$

# Dinâmica de curto prazo

Usando o nível em estado estacionário de  $f_{k,t+1}$  dado pela equação (9), a equação (12) pode ser reescrita em termos de desvios de seu equilíbrio de longo-prazo como:

$$q_t - q = \beta(q_{t+1} - q) + \beta(f_{k,t+1} - f_k) \quad (13)$$

Resolvendo a equação (12) para frente, a solução recursiva para  $q_t$  será dada por:

$$q_t = \sum_{s=0}^{\infty} \beta^{s+1} \left( f_{k,t+s+1} - \delta - \frac{1}{2} \phi \delta^2 \right)$$

# Dinâmica de curto prazo

Por exemplo, assuma que  $f(k_t) = Ak_t^\alpha$ . Então:

$$f_{k,t} = \frac{\partial f(k_t)}{\partial k_t} = A \cdot \alpha \cdot k_t^{\alpha-1} = A \cdot \alpha \cdot \frac{k_t^\alpha}{k_t} = \alpha \frac{Ak_t^\alpha}{k_t} = \frac{\alpha y_t}{k_t}$$

Em que:

$\alpha y_t$  é a parcela do capital na renda da economia (lucro)

$k_t$  é o valor da empresa (número de ações multiplicado pelo preço).

# Dinâmica de curto prazo

Como  $\alpha y_t$  é a parcela da renda total do capital (os lucros ou “ganhos” da firma) e  $k_t$  é o valor da firma (o número de parcelas multiplicado pelo preço de uma parcela), pode-se interpretar o produto marginal do capital de várias formas. Por exemplo, pode-se interpretá-lo como os lucros por unidade de capital, ou um mais o retorno de ter uma ação:

$$f_k = \frac{\textit{lucro por ação}}{\textit{preço da ação}} = 1 + \textit{retorno de se ter uma ação}$$



# Interpretação do “q” de Tobin

Consequentemente,  $q_t$  pode ser interpretado como:

- (i) valor presente do produto marginal líquido do capital (isto é, o produto marginal do capital, menos a depreciação e o custo de instalar uma unidade de novo capital);
- (ii) valor presente líquido de uma unidade de capital;
- (iii) razão entre o valor de mercado de uma unidade de investimento e seu custo
- (iv) valor presente do retorno líquido de reter uma ação.

# Dinâmica de curto prazo

Na prática, a medida de  $q_t$  apresenta um problema. Ela é estimada pela razão entre o valor de mercado de uma firma e seu valor contábil. Isso implicar usar um valor médio dos investimentos (presente e passado) ao invés do valor marginal do novo investimento.

Considere a interação dinâmica entre  $k_t$  e  $q_t$ . Duas equações capturam essa interação. A primeira é a equação (13). A segunda é obtida usando-se a equação (7) para eliminar  $i_t$  da equação de acumulação do capital,  $k_{t+1} = i_t + (1 - \delta)k_t$ , para se ter:

$$i_t = \frac{1}{\phi} (q_t - 1)k_t = k_{t+1} - (1 - \delta)k_t$$

# Dinâmica de curto prazo

Temos, então, duas equações não lineares que mostram a interação dinâmica entre  $k_t$  e  $q_t$ :

$$q_t - q = \beta(q_{t+1} - q) + \beta(f_{k,t+1} - f_k)$$

$$(q_t - q + \phi)k_t = \phi k_{t+1}$$

Na última equação acima, deve-se considerar  $q = 1 + \phi\delta$

# Sistema dinâmico linearizado

Essas equações podem ser linearmente aproximadas quanto aos níveis de estado estacionário de  $k_t$  e  $q_t$  como se segue:

$$(1 - \beta)(q_t - q) - \beta f_{kk}(k_t - k) = \beta \Delta q_{t+1} + \beta f_{kk} \Delta k_{t+1} \quad (14)$$

$$k(q_t - q) = \phi \Delta k_{t+1} \quad (15)$$

Onde  $k$  é o nível em estado estacionário de  $k_t$ .

No estado estacionário,  $\Delta q_{t+1} = \Delta k_{t+1} = 0$

# Dinâmica de curto prazo

Como fica a equação (14)?

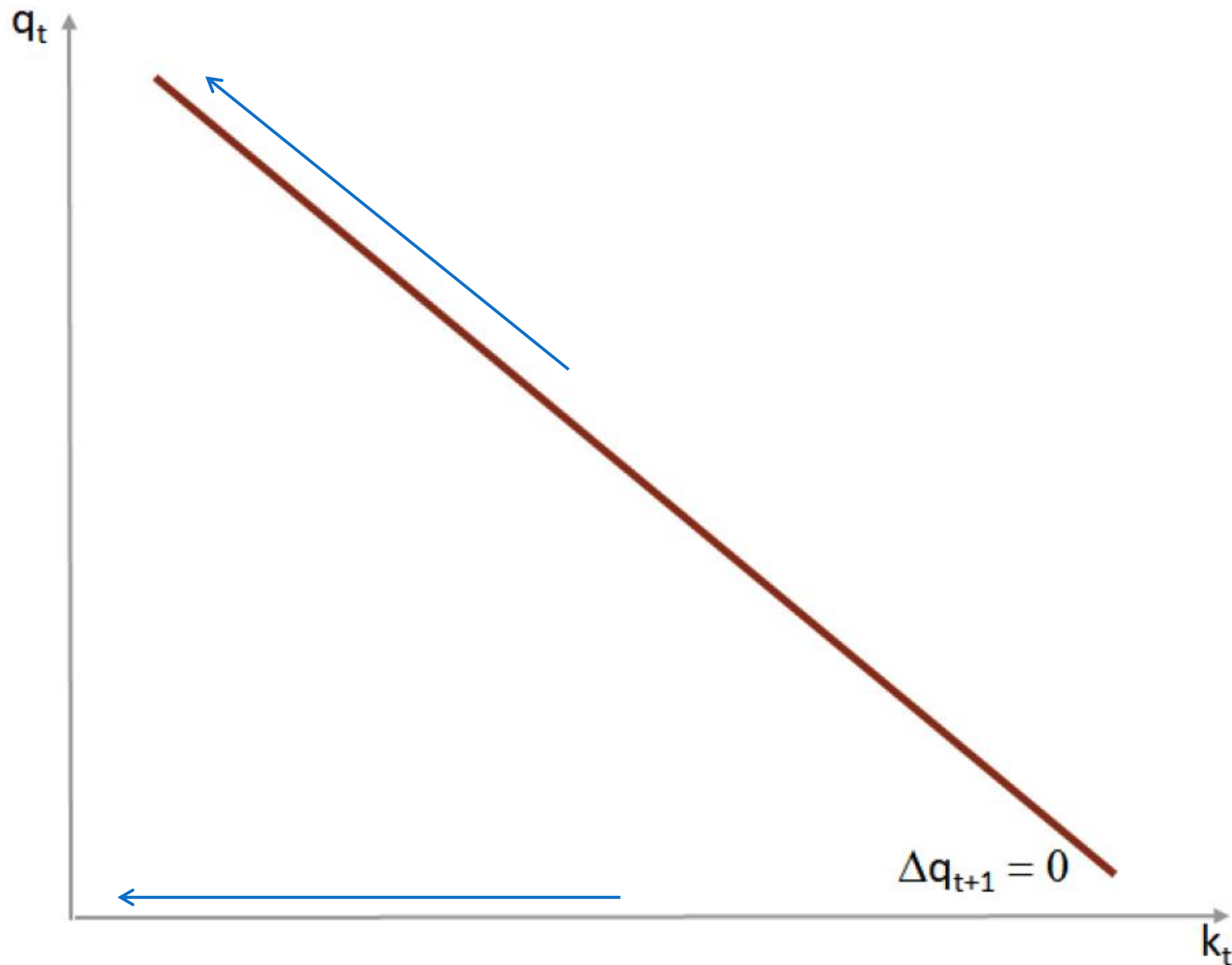
Como  $F_{kk} < 0$ , no estado estacionário  $k_t$  é negativamente relacionado a  $q_t$  por meio de:

$$k_t - k = \frac{\theta}{F_{kk}} (q_t - q) \quad (16)$$

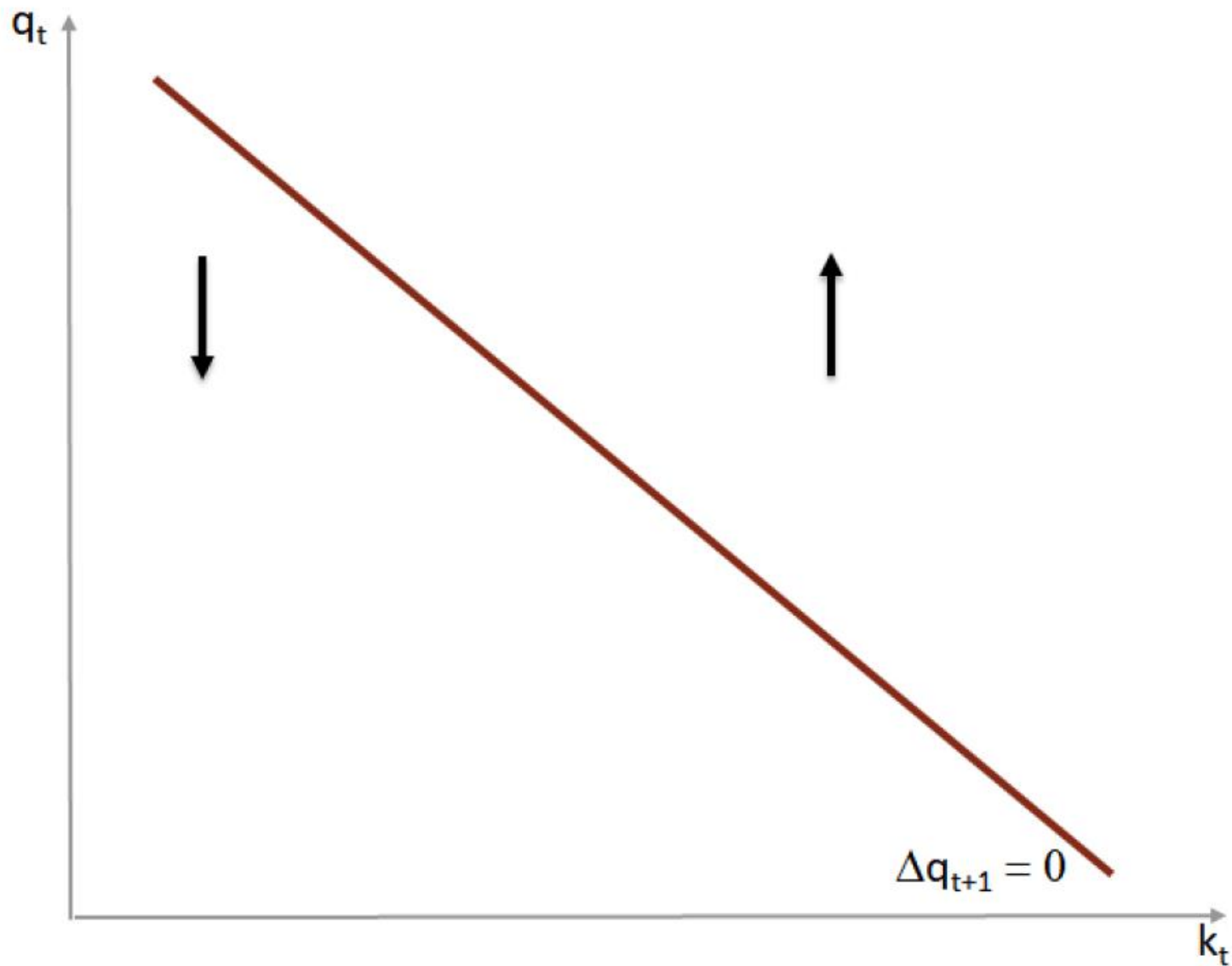
Ou seja,  $\partial k / \partial q < 0$ .

**O efeito de um aumento da produtividade**

# Diagrama de fases ( $\Delta q_{t+1} = 0$ )

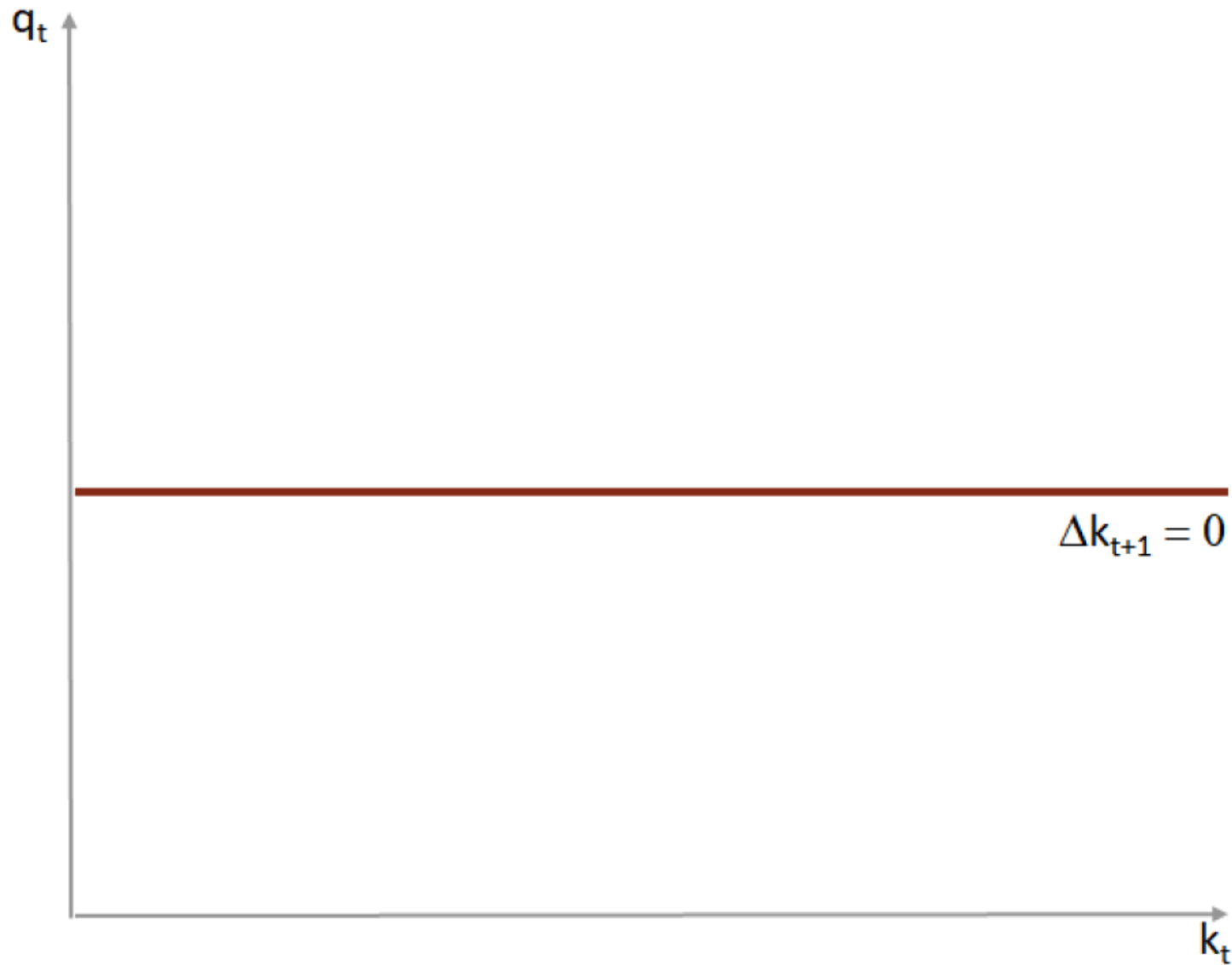


# Diagrama de fases ( $\Delta q_{t+1} = 0$ )

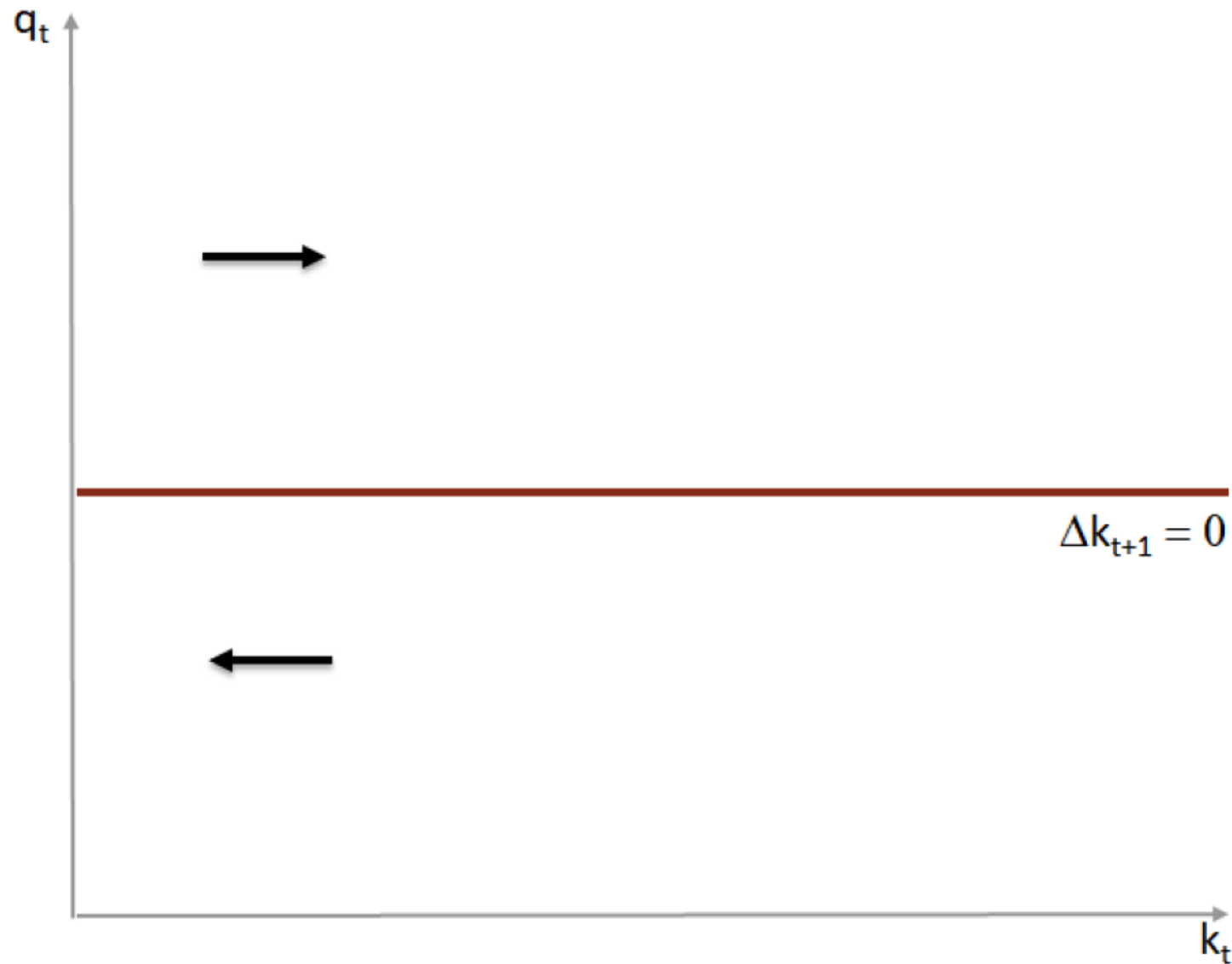




# Diagrama de fases ( $\Delta k_{t+1} = 0$ )



# Diagrama de fases ( $\Delta k_{t+1} = 0$ )



# Choque de produtividade positivo e permanente

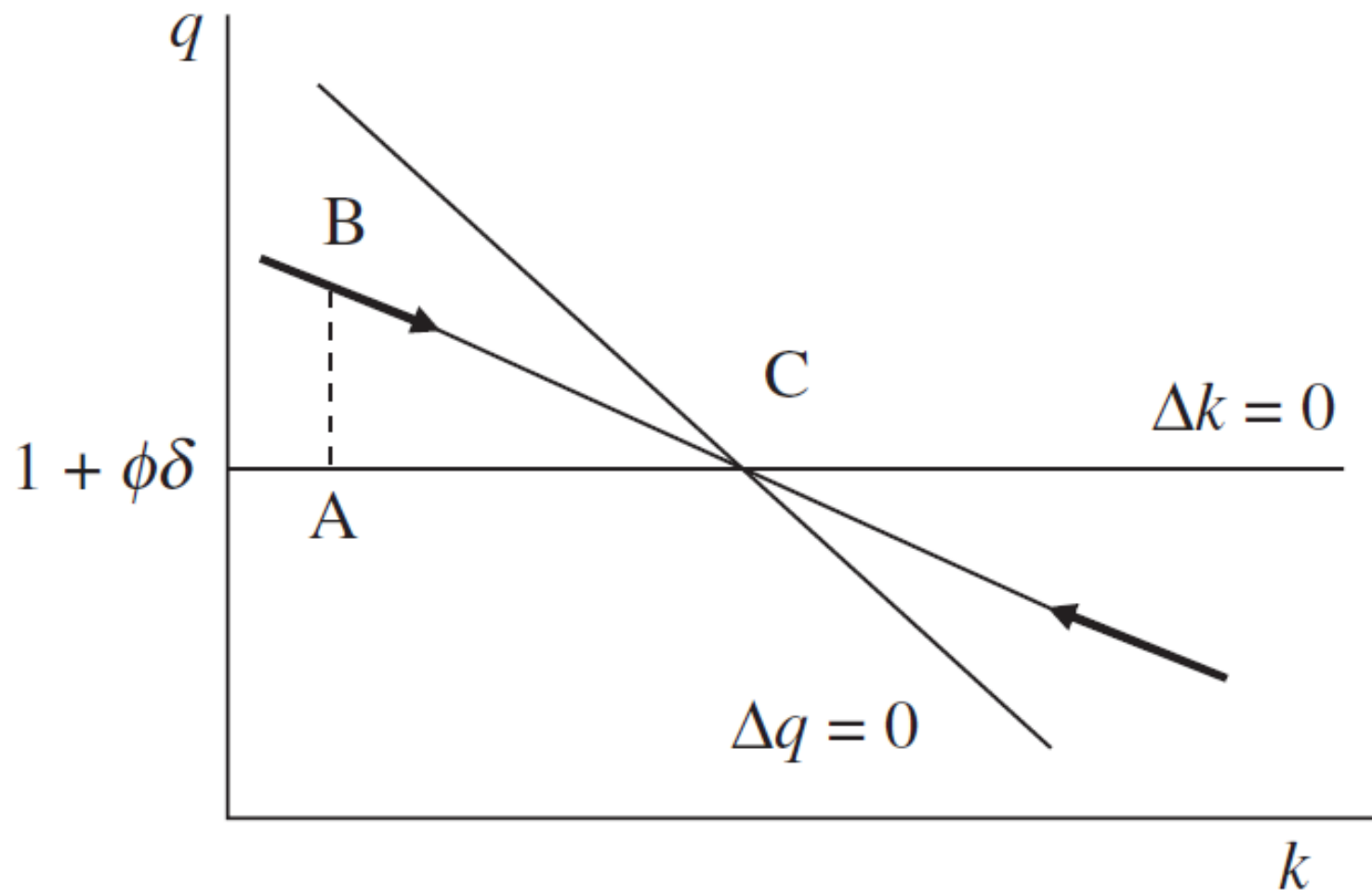


Figure 2.13. Phase diagram for  $q$ .

# Choque de produtividade positivo e permanente

O comportamento dinâmico de  $k_t$  e  $q_t$  pode ser ilustrado considerando-se o efeito de um aumento permanente na produtividade de capital. Na Figura 2.13:

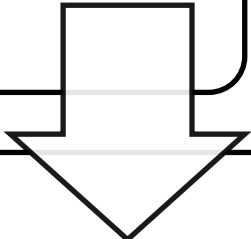
A linha  $\Delta q = 0$  descreve a relação de longo prazo entre  $k_t$  e  $q_t$  dada pela equação (16), a qual foi derivada da equação (14) ao indicar  $\Delta q_{t+1} = \Delta k_{t+1} = 0$ .

A linha  $\Delta k = 0$  fornece o nível de equilíbrio de longo prazo de  $k_t$ , e é obtida a partir da equação (15) ao informar que  $\Delta k_{t+1} = 0$ .

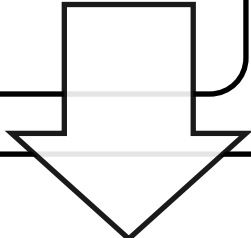
Antes do aumento da produtividade, essas duas linhas se cruzam no ponto A.

# Choque de produtividade positivo e permanente

Nesse equilíbrio inicial, ponto A,  $q_t = 1$ .



Por causa do aumento de produtividade, a economia “salta” (aumenta) em  $q_t$ , de modo que agora  $q_t > 1$ .



Isso induz um aumento nos investimentos acima de seu nível normal de substituição  $\delta k$ .

# Choque de produtividade positivo e permanente

No início,  $k_t$  permanece inalterado de modo que a economia se move para o ponto B.

Novos investimentos aumentam o estoque de capital em cada período até a economia alcançar seu novo equilíbrio de longo prazo em C.

Isto é, a economia move-se ao longo do caminho de sela (“*saddlepath*”) do ponto B para o ponto C.

# Choque de produtividade positivo e permanente

No ponto C,  $q_t$  é restaurado para seu nível de equilíbrio de longo prazo de um.

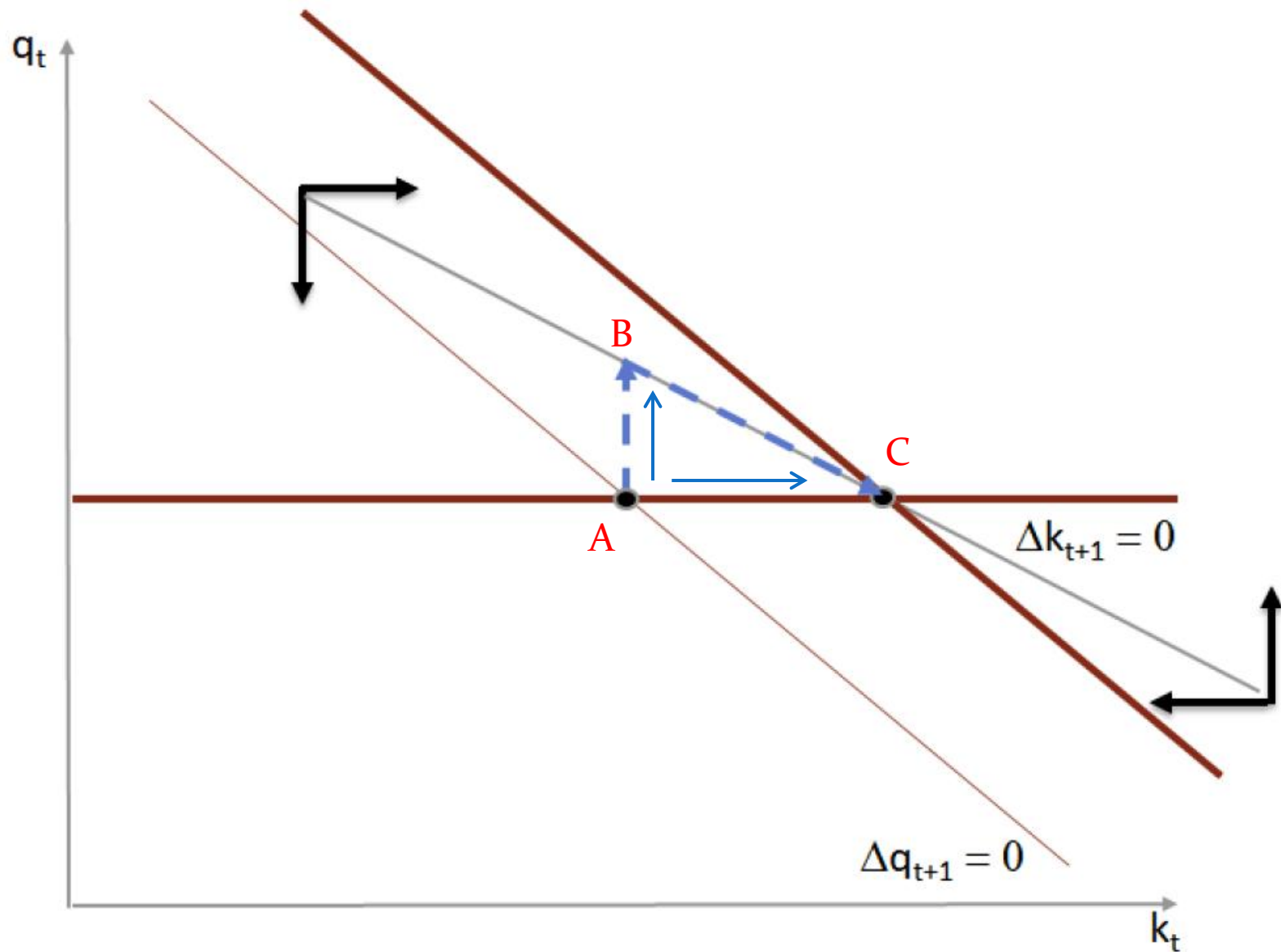
Os níveis de equilíbrio do estoque de capital, produto e consumo são permanente altos.

.

**Choque permanente de produtividade**



# Choque permanente de produtividade



## Teoria “q” de Tobin

***Time to built:*** Tempo de Construir e Custo de Instalação do Capital

# Hipóteses

---

Assume-se o efeito do tempo para a instalação de novo investimento, dado que o estoque de capital precisa de tempo para se ajustar;

---

Antes, assumia-se que o investimento era instantâneo com nenhum custo de instalação.

---

Na prática, o investimento em capital leva tempo para produzir resultados e recursos adicionais são necessários para o desenho e instalação.

# Hipóteses



Investimento em capital, como em turbinas eólicas, necessitam de tempo e de recursos para o desenho, construção e produção de resultados.

## Relembrando a equação (2.2)...

**Equação do movimento do capital (ou dinâmica do estoque de capital):**

$$\Delta k_{t+1} = k_{t+1} - k_t = i_t - \delta k_t \quad (2.2)$$

$k_t$  é o estoque de capital no período  $t$

---

$\Delta k_{t+1}$  é o estoque de capital no período  $t + 1$ . O investimento  $i_t$  é poupado como capital para o próximo período.

---

Na produção, as firmas consomem apenas parte do estoque de capital ( $\delta k_t$ ), onde  $\delta$  é a taxa de depreciação. Assume-se que uma proporção constante  $\delta \in (0,1)$  do estoque de capital existente se deprecia no período  $t$ .

# Modificações

Vamos reespecificar a equação (2.2) para considerar os efeitos “*time-to-build*”. Há duas maneiras de se fazer isso.

---

**Primeira maneira:** as despesas de investimento registradas no momento  $t$  são o resultado de decisões tomadas anteriormente para investir  $i_t^S$ .

---

Suponha que uma proporção  $\varphi_i$  do investimento registrado no período  $t$  é o investimento que começa no período  $t - 1$ .

# Modificações

Logo, pode-se escrever:

$$i_t = \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_i i_{t-i}^s \quad (17)$$

Se existir uma defasagem na instalação, os valores iniciais de  $\varphi_i$  podem ser zero;

E se a defasagem máxima  $J$  é finita, então  $\varphi_i = 0$  para algum  $i > J > 0$ .

Nessa situação, a equação de acumulação de capital (2.2) permanece inalterada.

# Modificações

Agora, realiza-se a otimização da utilidade descontada em relação a  $i_t$  e  $i_t^S$ , bem como consumo e capital sujeitos à restrição extra: equação (17). Trata-se da abordagem de Kydland e Prescott.

**Segunda maneira:** assume-se que uma proporção  $\varphi_i$  de investimento realizado no período  $t$  está instalado e pronto para uso como parte do estoque de capital no período  $t + i$ .

A equação (2.2) pode então ser reescrita da seguinte forma:



# Modificações

$$\Delta k_{t+1} = \underbrace{\sum_{i=0}^{\infty} \varphi_i i_{t-i}}_{i_t} - \delta k_t \quad (18)$$

Onde:

$$\sum_{i=0}^J \varphi_i = 1$$

# Modificações

A forma da função de defasagens distribuídas irá refletir o custo de instalação.

Incorpora-se também depreciação em  $\varphi_i$  e assume-se que isso reflete a proporção de investimentos realizados no período  $t$  que contribuem para o capital produtivo no período  $t + i$ .

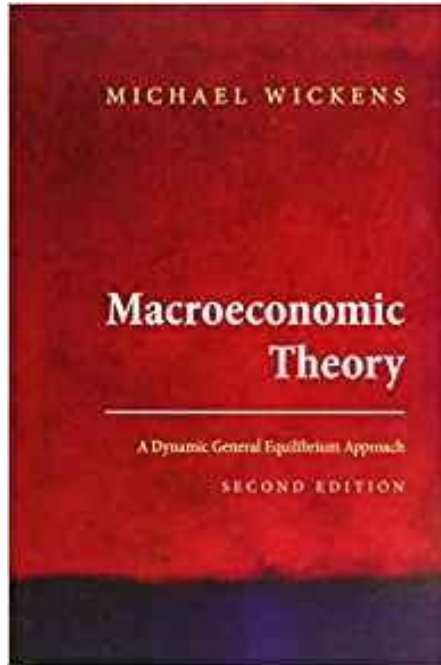
A equação (18) pode então ser reescrita com  $\delta = 0$ . Como resultado, usando a identidade da renda nacional e a função de produção, a restrição de recursos da economia se torna:

# Modificações

$$\Delta k_{t+1} = \sum_{i=0}^{\infty} \varphi_i [F(k_{t-i}) - c_{t-i}] \quad (19)$$

Agora, pode-se maximizar  $\sum_{s=0}^{\infty} \beta^s U(c_{t+s})$  sujeito à equação (19).

# Referência bibliográfica



## Capítulo 2

# Referências bibliográficas

COSTA FILHO. J. R. **Macroeconomica Dinâmica**. Curso de Capacitação. Brasília, 2024.

COSTA JUNIOR, C. J. **Um Curso de DSGE: Fricções**. Curso de Capacitação. Brasília, 2023.

# ***Obrigado!***

Contato:

---

***SÉRGIO RICARDO DE BRITO GADELHA***

E-mail [sergio.gadelha@idp.edu.br](mailto:sergio.gadelha@idp.edu.br)