Macroeconomia II

Aula 2(b): A Economia Centralizada

Dinâmica da Solução Ótima; Ciclos Reais de Negócios e Choques (Permanentes e Temporários); e Mercado de Trabalho

Informativo

Essa nota de aula é um resumo dos principais tópicos constantes nas referências bibliográficas da disciplina Macroeconomia 2 (“Teoria Macroeconômica”), lecionada no Mestrado Profissional em Economia, Políticas Públicas e Desenvolvimento do Instituto Brasileiro de Ensino, Desenvolvimento e Pesquisa (IDP).

Eu destaco que essa nota de aula não tem fins comerciais, servindo exclusivamente como material de apoio às aulas dessa disciplina.

Quaisquer erros e omissões são de minha inteira responsabilidade.

Contribuições e considerações podem ser enviadas para: sergio.gadelha@idp.edu.br

Introdução

Dinâmica da Solução Ótima

Ciclos Reais de Negócios e Choques (Permanentes e Temporários)

Mercado de Trabalho

Premissas do modelo Ramsey-Cass-Koopmans

- Modelo de agente representativo (família representativa, dinastia) com vida infinita (Ramsey, 1928; Cass, 1965; Koopmans, 1965)
- Utilidade separável ao longo do tempo.
- Retornos constantes de escala.
- Produtividade marginal decrescente.
- Economia fechada e sem governo.

Premissas do modelo Ramsey-Cass-Koopmans

- Agentes competitivos, acumulação de capital e produção

- A economia está fechada ao comércio exterior, não há governo, não há decisão sobre oferta de mão de obra, não há dinheiro.

- Não há incerteza, pois se trata de uma economia de previsão perfeita. Modelo determinístico.

Formas funcionais

Considere a seguinte função utilidade:

$$U(c) = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma}$$

Em que $\sigma = -cU''/U'$ é o coeficiente de aversão relativa ao risco constante. O quanto o consumidor está averso ao risco do ponto de vista relativo, não importa o quanto se consome, tem-se a mesmo nível de aversão ao risco.

Função de produção Cobb-Douglas: $F(k_t) = y_t = Ak_t^{\alpha}$

Em que A é a produtividade total dos fatores, que é constante ao longo do tempo e sendo afetada por choques; e α é a parcela do capital na produção

Problema do Planejador Social Benevolente

Problema de maximização:

$$\underbrace{max}_{\{C_{t+s}, k_{t+s}\}} \quad V_t = \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s U(C_{t+s})$$

$$s.a.\, f(k_{t+s}) = c_{t+s} + k_{t+s+1} - (1-\delta)k_{t+s}$$

Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L}_t = \sum_{s=0}^{\infty} \{\beta^s U(c_{t+s}) + \lambda_{t+s}[f(k_{t+s}) - c_{t+s} - k_{t+s+1} + (1-\delta)k_{t+s}]\}$$

Um exemplo

Condições de Primeira Ordem (CPO):

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_{t+s}} = \beta^s U'(c_{t+s}) - \lambda_{t+s} = 0, \qquad s \geq 0,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial k_{t+s}} = \lambda_{t+s}[f'(k_{t+s}) + 1 - \delta] - \lambda_{t+s-1} = 0, \quad s > 0,$$

$$\lambda_{t+s} = \beta^s U'(c_{t+s})$$

$$\lambda_{t+s}[f'(k_{t+s}) + 1 - \delta] = \lambda_{t+s-1}$$

$$\lambda_{t+s-1} = \beta^{s-1} U'(c_{t+s-1})$$

Um exemplo

Note que:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_t} = (1-\sigma)\left(\frac{c^{1-\sigma-1}}{1-\sigma}\right) = c_t^{-\sigma}$$

Por analogia:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_{t+1}} = (1-\sigma)\left(\frac{c^{1-\sigma-1}}{1-\sigma}\right) = c_{t+1}^{-\sigma}$$

E que:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial k_t} = \alpha A k_t^{\alpha-1}$$

É a produtividade marginal do capital

Um exemplo

Então, para $s = 1$, teremos:

$$\Rightarrow \lambda_{t+s} = \beta^s U'(c_{t+s}) \Rightarrow \lambda_{t+1} = \beta c_{t+1}^{-\sigma}$$

$$\Rightarrow \lambda_{t+s-1} = \beta^{s-1} U'(c_{t+s-1}) \Rightarrow \lambda_t = \beta c_t^{-\sigma}$$

$$\Rightarrow \lambda_{t+s}[f'(k_{t+s}) + 1 - \delta]$$

$$= \lambda_{t+s-1} \Rightarrow \lambda_{t+1}[f'(k_{t+1}) + 1 - \delta] = \lambda_t$$

Um exemplo

A equação de Euler será dada por:

$$\Rightarrow \beta\left(\frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)}\right)[f'(k_{t+1}) + (1-\delta)] = 1$$

$$\Rightarrow \beta\left(\frac{c_{t+1}^{-\sigma}}{c_t^{-\sigma}}\right)\left[\alpha A k_{t+1}^{-(1-\alpha)} + (1-\delta)\right] = 1$$

$$\Rightarrow \beta\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\sigma}\left[\alpha A k_{t+1}^{-(1-\alpha)} + (1-\delta)\right] = 1$$

Equilíbrio

No estado estacionário (isto é, no equilíbrio), $c_{t+1} = c_t = c^*$, ou seja, $\Delta c_{t+1} = 0$. Logo:

$$\left(\frac{c_{t+1}^{-\sigma}}{c_t^{-\sigma}}\right) = \left(\frac{c^*}{c^*}\right) = 1$$

Além disso, $k_{t+1} = k_t = k^*$, ou seja, $\Delta k_{t+1} = 0$

Equilíbrio

O nível de estado estacionário do capital, isto é, o estoque de capital em equilíbrio, é dado por:

$$\Rightarrow \underbrace{f'(k^*)}_{\alpha A {k^*}^{\alpha-1}} = \delta + \theta \Rightarrow \alpha A {k^*}^{\alpha-1} = \delta + \theta$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha A}{\delta + \theta} = \frac{1}{{k^*}^{\alpha-1}} \Rightarrow \frac{\alpha A}{\delta + \theta} = {k^*}^{-(\alpha-1)} \Rightarrow \frac{\alpha A}{\delta + \theta} = {k^*}^{1-\alpha}$$

$$\Rightarrow k^* = \left(\frac{\alpha A}{\delta + \theta}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

Em que a taxa de desconto intertemporal é dada por:

$$\theta = \frac{1}{\beta} - 1$$

Equilíbrio

$$\uparrow k^* = \left(\frac{\uparrow \alpha \uparrow A}{\delta + \theta}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

$$\downarrow k^* = \left(\frac{\alpha A}{\uparrow \delta + \uparrow \theta}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

Um exemplo

Lembrem-se que o termo $\beta = 1/(1+\theta)$ é o fator de desconto. A utilidade futura é descontada por esse fator constante que satisfaz $0 < \beta < 1$.

O termo $\theta > 0$ é a taxa de desconto social intertemporal, sendo expresso por:

$$\beta = \frac{1}{(1+\theta)} \Rightarrow 1 + \theta = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \theta = \frac{1}{\beta} - 1$$

Um exemplo

No equilíbrio de longo prazo, $c_t = c^*$, $k_t = k^*$, $\Delta c_t = 0$ e $\Delta k_t = 0$ para todo t. Logo, o nível de estado estacionário do consumo é:

$$\Rightarrow y^* = c^* + i^*$$

$$\Rightarrow c^* = y^* - i^*$$

$$\Rightarrow c^* = \underbrace{Ak^{*\alpha}}_{y^*} - \underbrace{\delta k^*}_{i^*}$$

$$c^* = \left(\frac{A}{\delta + \theta}\right)^{1-\alpha} \left(\frac{(1-\alpha)\delta + \theta}{\alpha^\alpha}\right)$$

Um exemplo

$$c^* = Ak^{*\alpha} - \delta k^*$$

$$c^* = A\underbrace{\left[\left(\frac{\alpha A}{\delta+\theta}\right)^{1/(1-\alpha)}\right]^{\alpha}}_{=k^{*\alpha}} - \delta\underbrace{\left[\left(\frac{\alpha A}{\delta+\theta}\right)^{1/(1-\alpha)}\right]}_{k^*}$$

(...)

$$c^* = \left(\frac{A}{\delta+\theta}\right)^{1-\alpha}\left(\frac{(1-\alpha)\delta+\theta}{\alpha^{\alpha}}\right)$$

Introdução

Dinâmica da Solução Ótima

Ciclos Reais de Negócios e Choques (Permanentes e Temporários)

Mercado de Trabalho

Dinâmica da Solução Ótima

Anteriormente, havíamos estabelecido as duas relações dinâmicas entre dois períodos consecutivos: a equação de Euler e a restrição de recursos. Então, o sistema de equações que descreve essa economia será dado por:

Equação de Euler:

$$\beta\left(\frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)}\right)[f'(k_{t+1})+(1-\delta)]=1$$

Observe os dois componentes da Equação de Euler:

Dinâmica da Solução Ótima

Taxa Marginal de Substituição (TMgS) entre t e $t+1$:

$$\beta\left(\frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)}\right)$$

Taxa Marginal de Transformação (TMT) entre t e $t+1$:

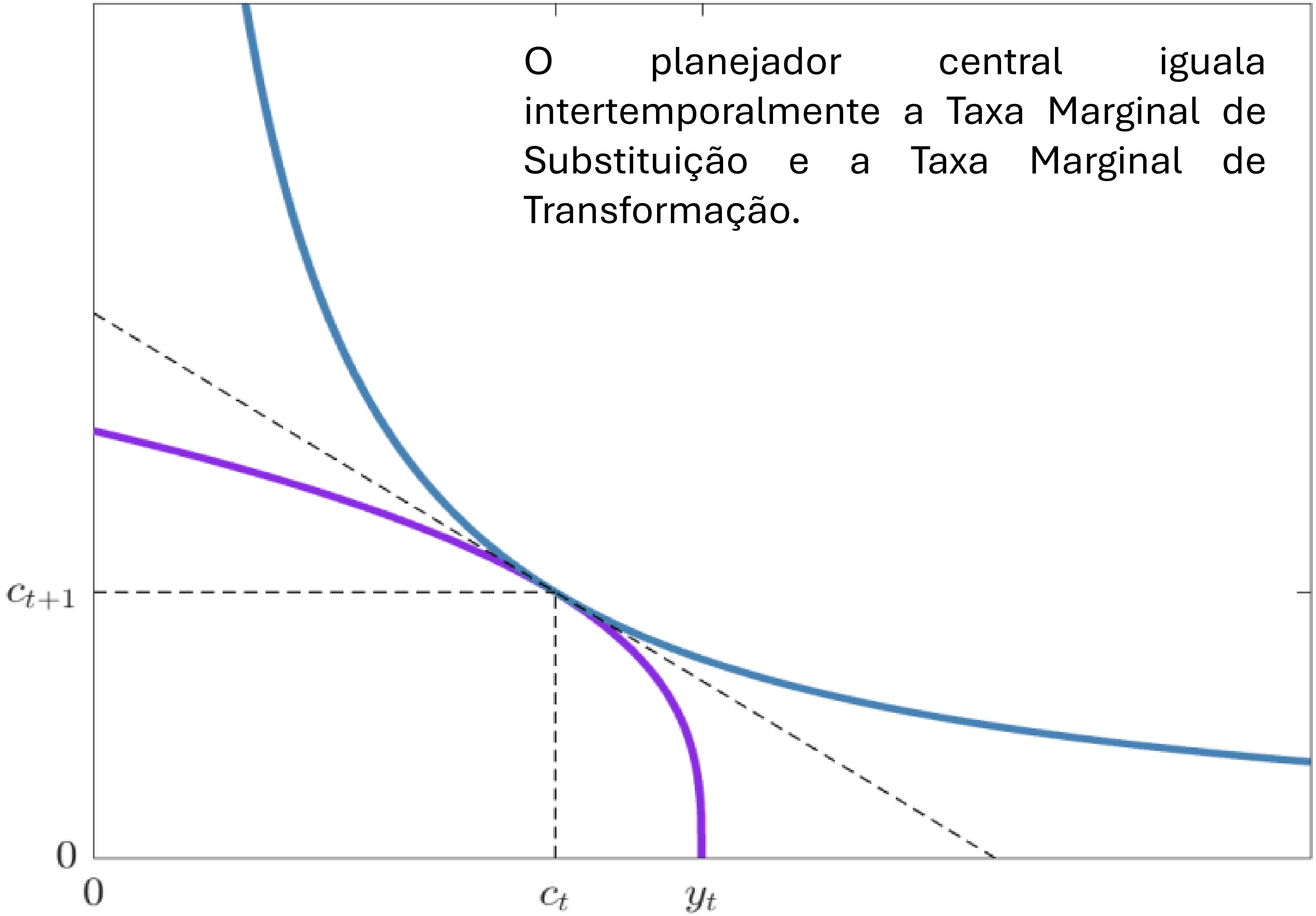
$$[f'(k_{t+1}) + (1-\delta)]$$

Restrição de Recursos:

$$\Delta k_{t+1} = f(k_t) - \delta k_t - c_t.$$

TMgS *versus* TMgT

O planejador central iguala intertemporalmente a Taxa Marginal de Substituição e a Taxa Marginal de Transformação.



Dinâmica da Solução Ótima

As duas equações descrevem a solução ótima em cada ponto no tempo. Entretanto, tratam-se de equações não lineares.

Então, precisaremos considerar uma solução local, isto é, uma solução que ocorre na vizinhança do equilíbrio.

Essa solução é obtida através da linearização da equação de Euler usando expansões de séries de Taylor de $U'(c_{t+1})$ sobre c_t. Ou seja, aproximações de Taylor de primeira ordem. Isso fornece:

Dinâmica da Solução Ótima

$$U'(c_{t+1}) \cong U'(c_t) + \Delta c_{t+1} U''(c_t)$$

Divida a expressão acima por $U'(c_t)$:

$$\frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} \cong \frac{U'(c_t)}{U'(c_t)} + \frac{\Delta c_{t+1} U''(c_t)}{U'(c_t)}$$

$$\frac{U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} \cong 1 + \frac{U''(c_t)}{U'(c_t)} \Delta c_{t+1}, \qquad \frac{U''(c_t)}{U'(c_t)} \leq 0$$

Dinâmica da Solução Ótima

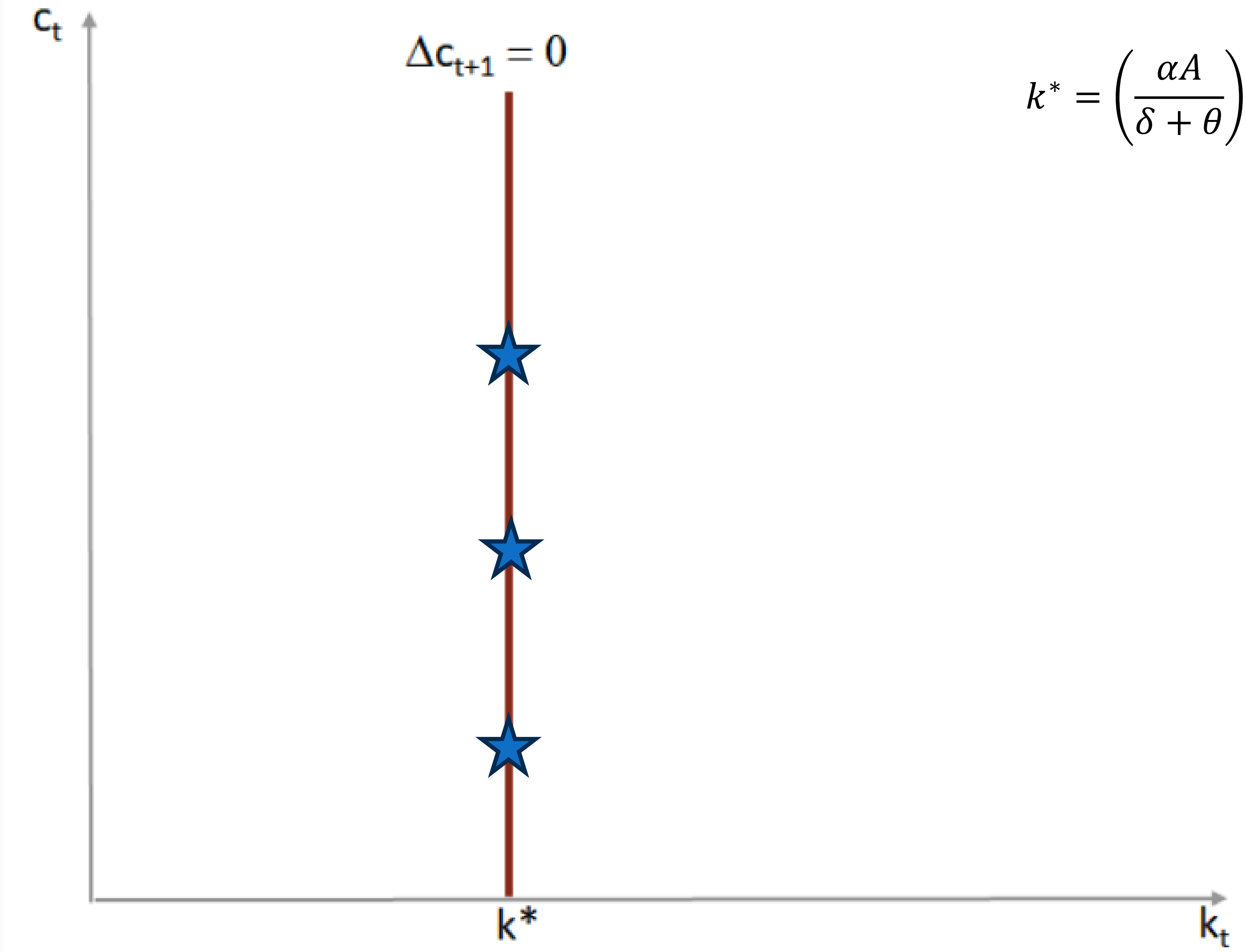
A equação de Euler se torna:

$$\Delta c_{t+1} = -\frac{U'(c_t)}{U''(c_t)}\left[1 - \frac{1}{\beta[f'(k_{t+1}) + 1 - \delta]}\right] \qquad (2.18)$$

Logo, as equações da **restrição de consumo** e a nova expressão da equação de Euler, **equação (2.18)**, determinam as mudanças no consumo e no capital. Essas equações confirmam a solução em equilíbrio estático.

No estado estacionário, quando $c_t = c^*$ e $k_t = k^*$, tem-se $\Delta c_{t+1} = 0$, $\Delta k_{t+1} = 0$ e $f'(k_{t+1}) = f'(k^*) = \delta + \theta$.

Diagrama de fase ($\Delta c_{t+1} = 0$)



$$k^* = \left(\frac{\alpha A}{\delta + \theta}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

Diagrama de fase ($\Delta c_{t+1} = 0$)

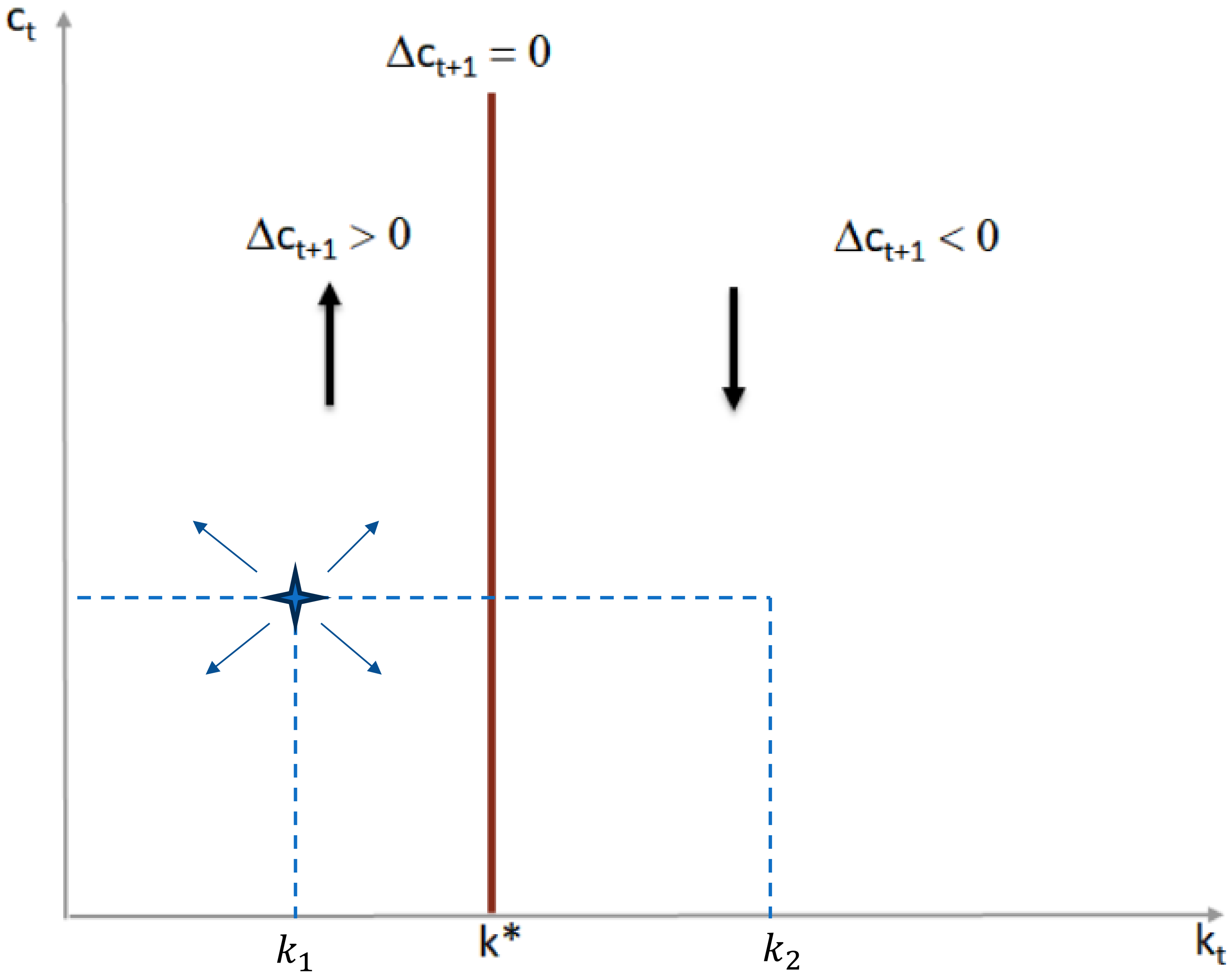


Diagrama de Fases: Equação de Euler

Considere a **dinâmica do consumo** se o **capital** estiver abaixo/acima do nível que o estabilizaria c, isto é, abaixo/acima da **equação de Euler (2.18)** do estado estacionário. Ver figura 2.8. Se $k = k^*$, $\Delta c_t = 0$, isto é, consumo é constante.

Um nível baixo de k_t implica que c_t está crescendo. Se $k < k^*$, a equação de Euler será maior do que um, então por (2.18) teremos $f'(k) > f'(k^*)$ e $\Delta c_t > 0$. Ou seja, a utilidade marginal se reduz ao longo do tempo e o consumo é crescente.

Um nível alto de k_t implica que c_t está se reduzindo. Se $k > k^*$, a equação de Euler será menor do que um, então por (2.18) teremos $f'(k) < f'(k^*)$ e $\Delta c_t < 0$. Ou seja, a utilidade marginal aumenta ao longo do tempo e o consumo é decrescente.

Diagramas de fase: Equação de Euler

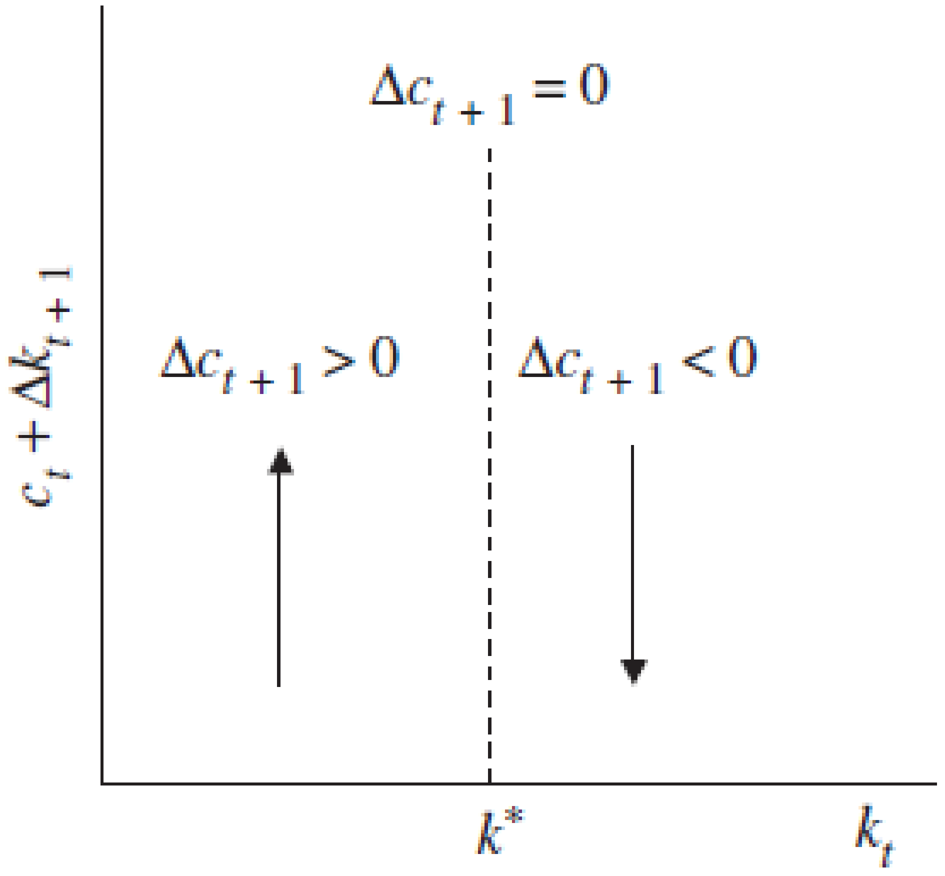


Figure 2.8. Consumption dynamics.

Diagrama de fase ($\Delta k_{t+1} = 0$)

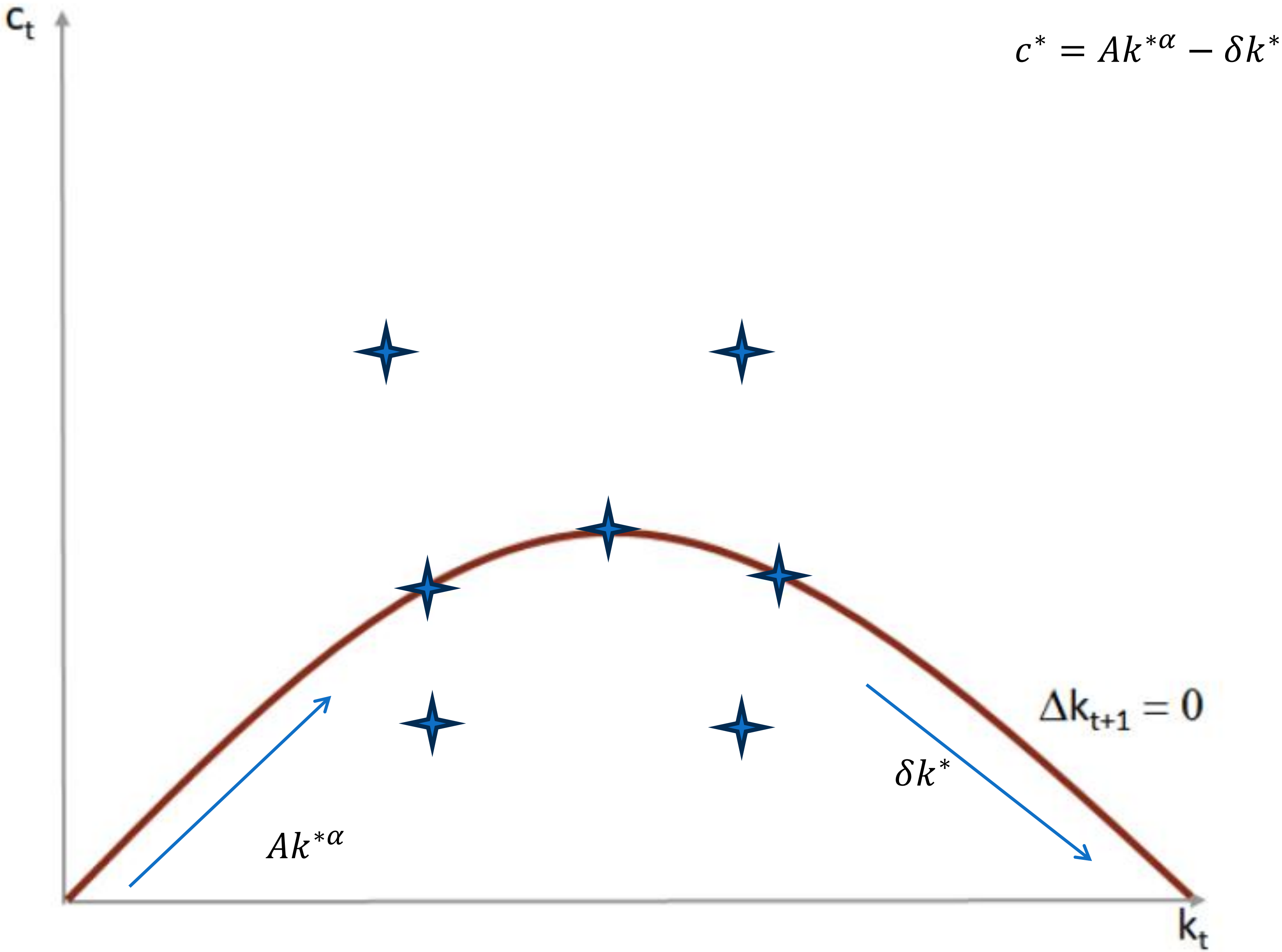


Diagrama de fase ($\Delta k_{t+1} = 0$)

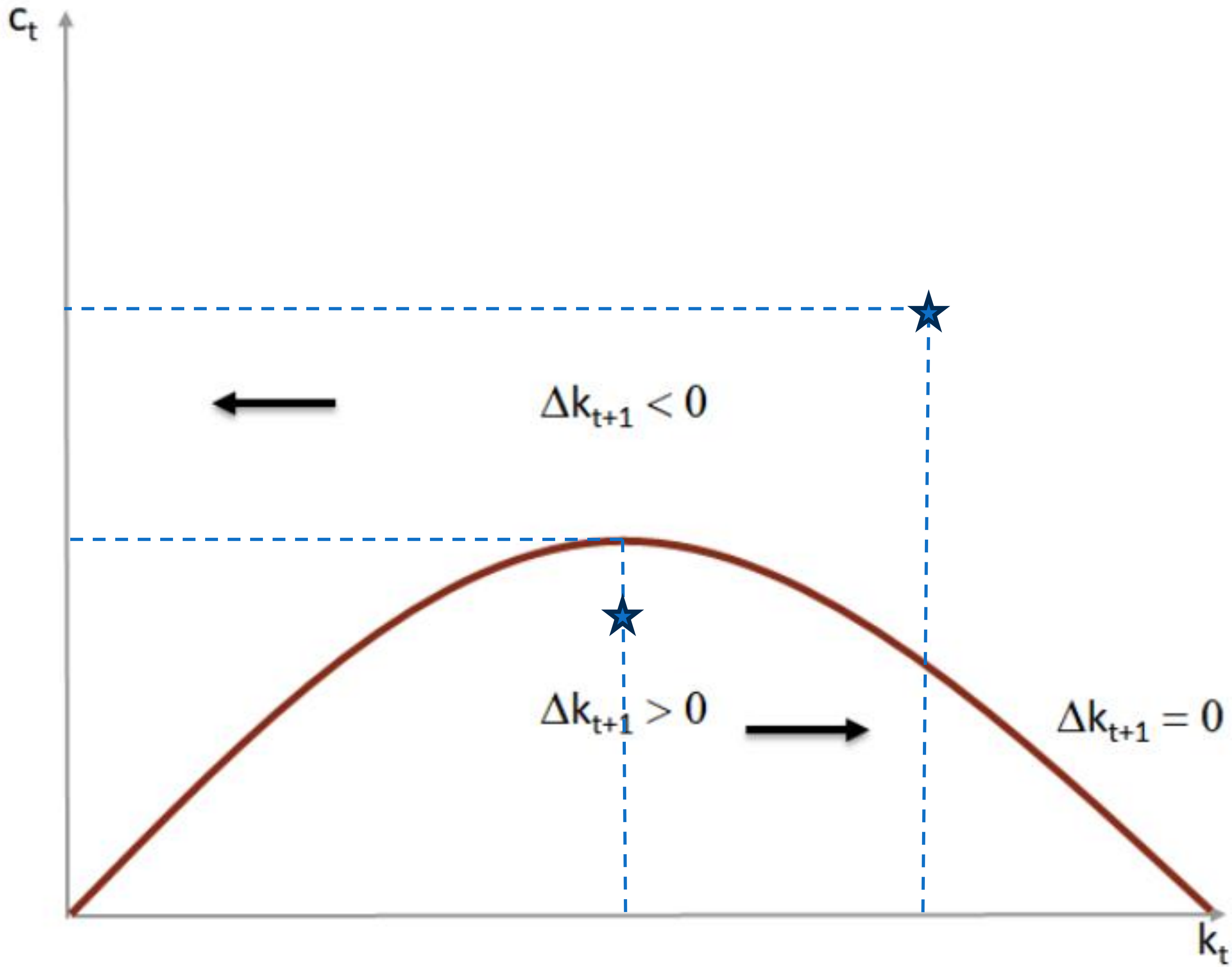


Diagrama de Fases: Restrição da Economia

Para caracterizar a dinâmica em torno do estado estacionário, considere a **dinâmica do capital** se o **consumo** estiver abaixo/acima do nível que o estabilizaria k, isto é, abaixo/acima da **restrição orçamentária da economia** do estado estacionário.

Um nível baixo de c_t implica que k_t está crescendo.

Se $c_t < f(k_{t+1}) - \delta k_t$, então $\Delta k_{t+1} > 0$.

Um nível alto de c_t implica que k_t está se reduzindo.

Se $c_t > f(k_{t+1}) - \delta k_t$, então $\Delta k_{t+1} < 0$

Diagramas de fase: Restrição da Economia

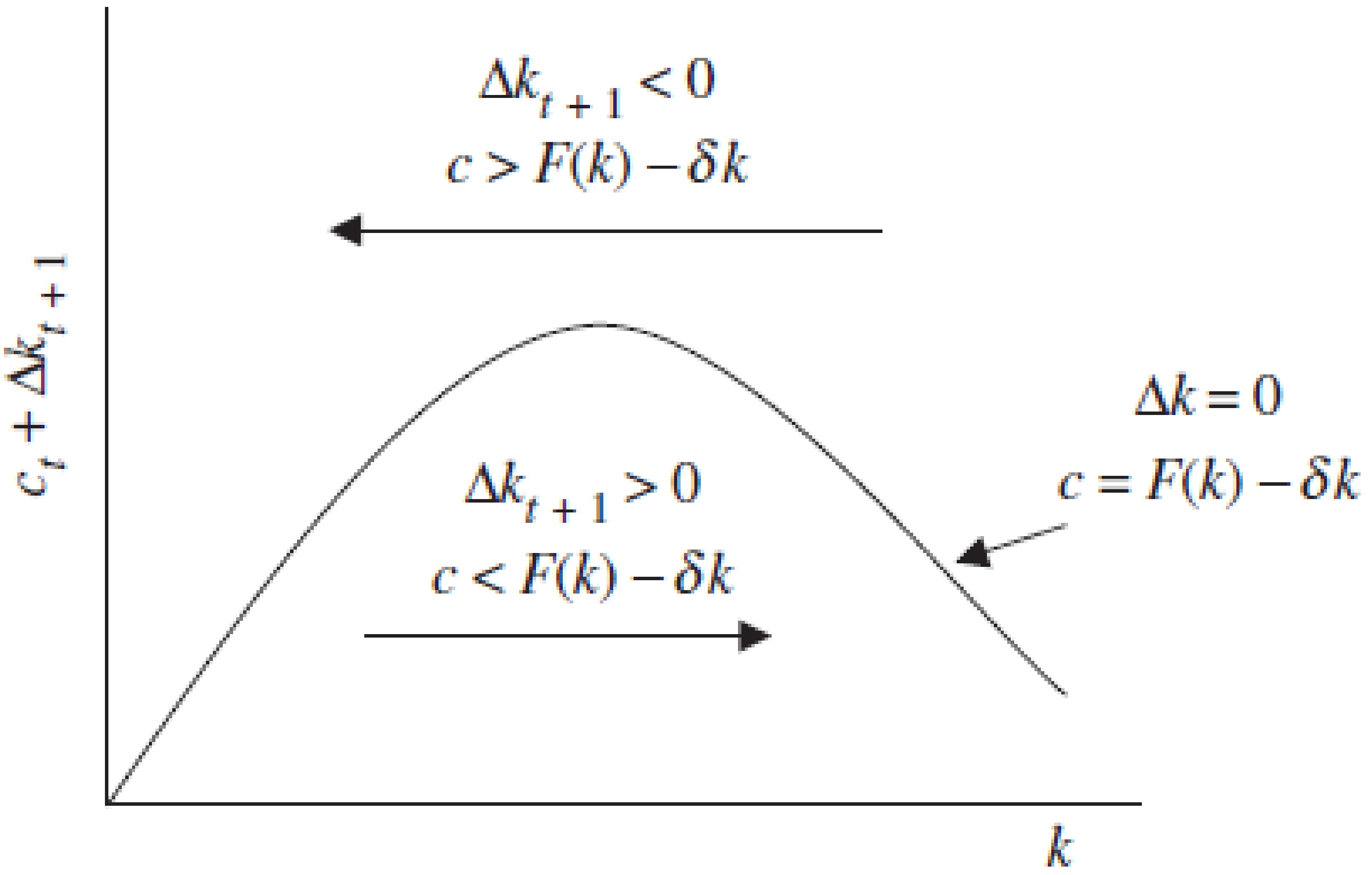


Figure 2.9. Capital dynamics.

Diagrama de Fases

A intersecção de ambas as relações de estado estacionário define o **estado estacionário do sistema**. Nesse estado estacionário, todas as condições de primeira ordem das famílias e empresas, bem como as restrições orçamentárias e de recursos, são satisfeitas.

.

.

Diagrama de fase

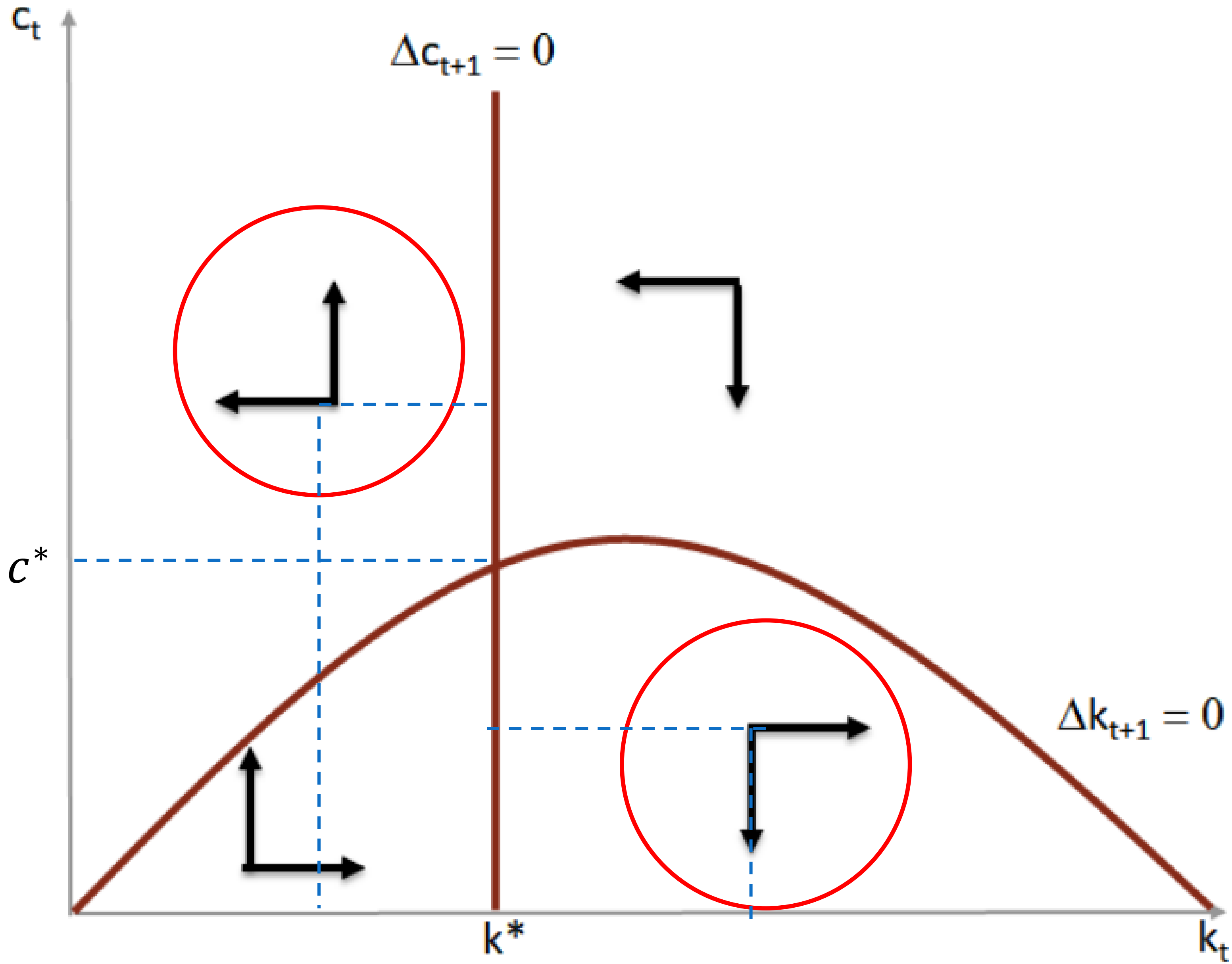


Diagrama de fase

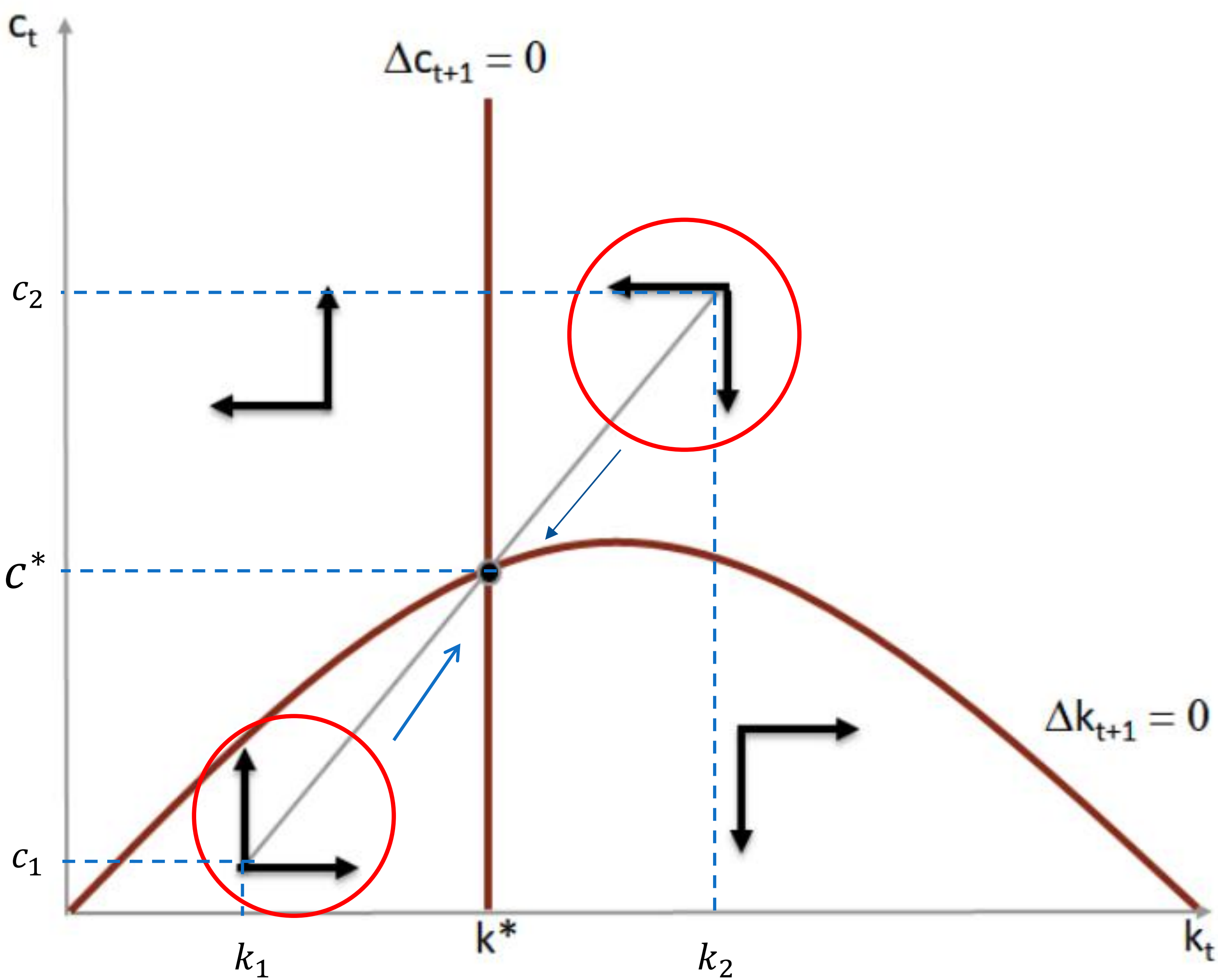


Diagrama de Fases

A linha reta representa o caminho de ajuste dinâmico da economia ("**caminho de sela**", *saddle path, stable arm*), no qual todas as restrições presentes no modelo RCK são satisfeitas. Trata-se de um caminho estável do sistema dinâmico.

Existirá uma única trajetória que permite a economia permanecer no equilíbrio. Então, os agentes racionais dessa economia irão trabalhar em pontos localizados no segundo e no quarto quadrantes.

Matematicamente, o caminho de sela pode ser expresso por $c_t = g(k_t)$. Em termos de programação dinâmica, essa equação é chamada de função política.

Dinâmica: Resumo

Dinâmica de k:

$$\begin{pmatrix} \Delta k > 0 & quando & c < f(k) - \delta k \\ \Delta k = 0 & quando & c = f(k) - \delta k \\ \Delta k < 0 & quando & c > f(k) - \delta k \end{pmatrix}$$

Em que ΔX representa mudança em X.

Dinâmica: Resumo

Dinâmica de c:

$$\begin{pmatrix} \Delta c > 0 & quando & k < k^* \\ \Delta c = 0 & quando & k = k^* \\ \Delta c < 0 & quando & k > k^* \end{pmatrix}$$

Em que ΔX representa mudança em X.

Dinâmica: Resumo

A condição de transversalidade é dada por:

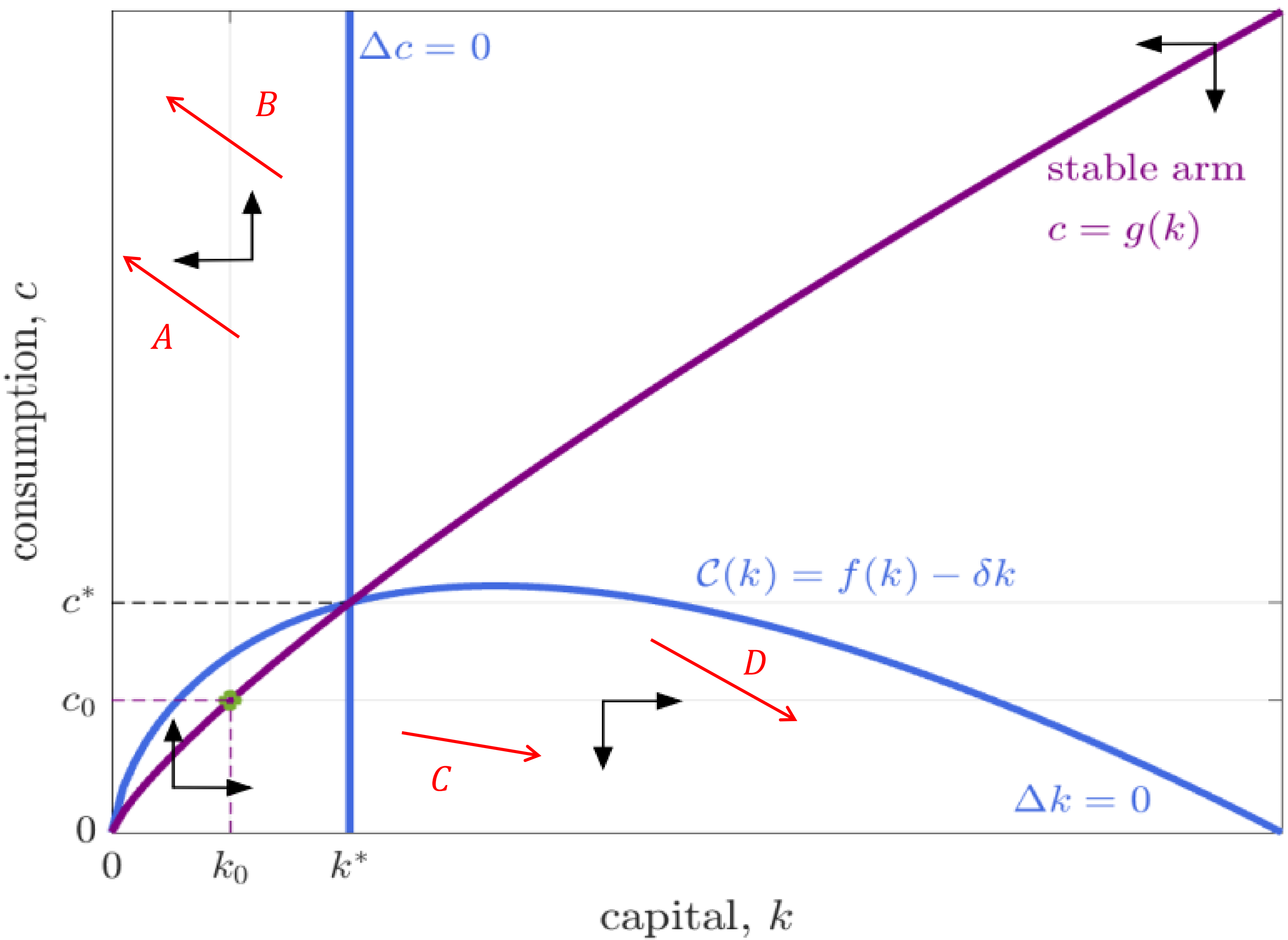
$$\lim_{s\to\infty} \beta^s U'(c_s)k_{s+1} = 0$$

Por fim, nota-se que o estoque de capital é dado no início do período – é uma variável predeterminada, também chamada de variável de estado. Isso significa que essa variável não pode "saltar".

O consumo, em vez disso, é uma variável de controle que pode “saltar”.

Diagrama de Fases: Exemplo nº 1

As trajetórias de A, B, C e D são ótimas?



As trajetórias de A, B, C e D são ótimas?

As trajetórias relacionadas aos pontos “A”, “B”, “C” e “D” não podem ser ótimas.

Pontos “A” e “B”. “As trajetórias relacionadas aos pontos “A” e “B” levarão, eventualmente, a $k = 0$. Nesse ponto, o consumo terá que se mover repentinamente de um número positivo para zero. Essas trajetórias não podem ser ótimas.

Pontos “C” e “D”. As trajetórias relacionadas aos pontos “C” e “D” levarão, eventualmente, a $c = 0$ à medida que se aproxima do ponto “E”. Essas trajetórias não podem ser ótimas.

As trajetórias de A, B, C e D são ótimas?

A razão é que ao longo delas a condição de transversalidade será violada:

$$\lim_{\{c,k\}\to E} \beta^s U'(c)k = \infty$$

Portanto, a dinâmica de $\{c, k\}$ será dada pelo caminho de sela: existe um equilíbrio "dinâmico" único, e esse caminho eventualmente levará ao estado estacionário onde $k_t = k^*$ e $c^* = f(k^*) - \delta k^*$.

Diagrama de Fases: Exemplo nº 2

Qual desses pontos é a solução ótima?

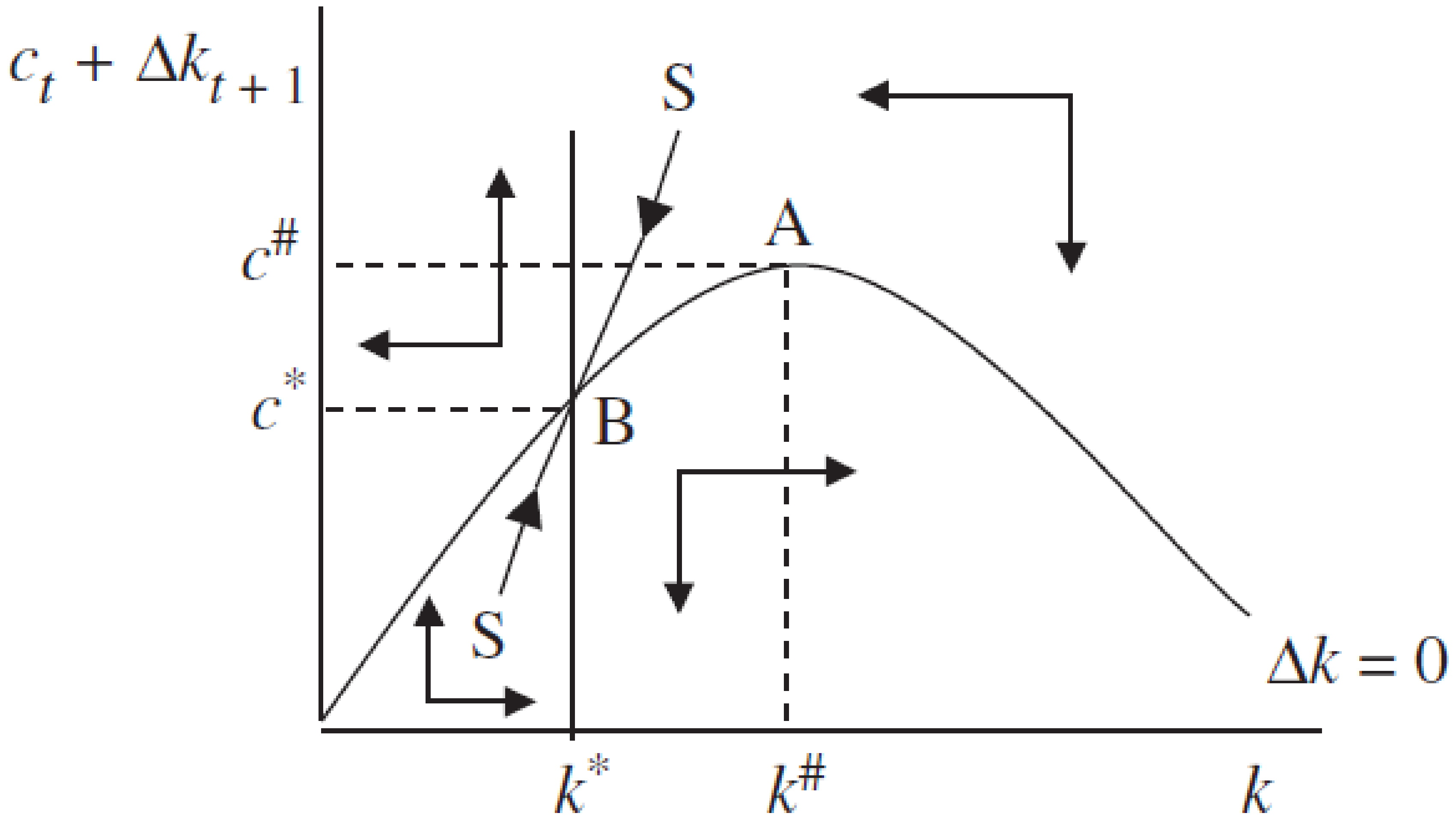


Figure 2.10. Phase diagram.

Dinâmica da Solução Ótima

A solução ótima de longo prazo está no ponto *B*. A linha SS através de *B* é conhecida por "**caminho de sela**" (*saddlepath* ou *stable manifold*). Somente pontos nessa linha são atingíveis.

As setas denotam o comportamento dinâmico de c_t e k_t. Esse comportamento dinâmico depende de qual das quatro regiões a economia se encontra.

No nordeste, mas na linha SS, o consumo é excessivo e o estoque de capital é tal grande que o produto marginal do capital é menos que $\delta + \theta$. Não é sustentável, logo, consumo e estoque de capital irão se reduzir.

Dinâmica da Solução Ótima

Do lado oposto, na região sudoeste, o consumo e o capital necessitam se elevar.

A economia atinge o equilíbrio no ponto *B* ao se mover ao longo do caminho de sela para aquele ponto. **O ponto "B" é o ponto de sela**.

Quando há duas regiões de estabilidade, e duas regiões de instabilidade, temos o que se chama de equilíbrio "caminho de sela".

Introdução

Dinâmica da Solução Ótima

Ciclos Reais de Negócios e Choques (Permanentes e Temporários)

Mercado de Trabalho

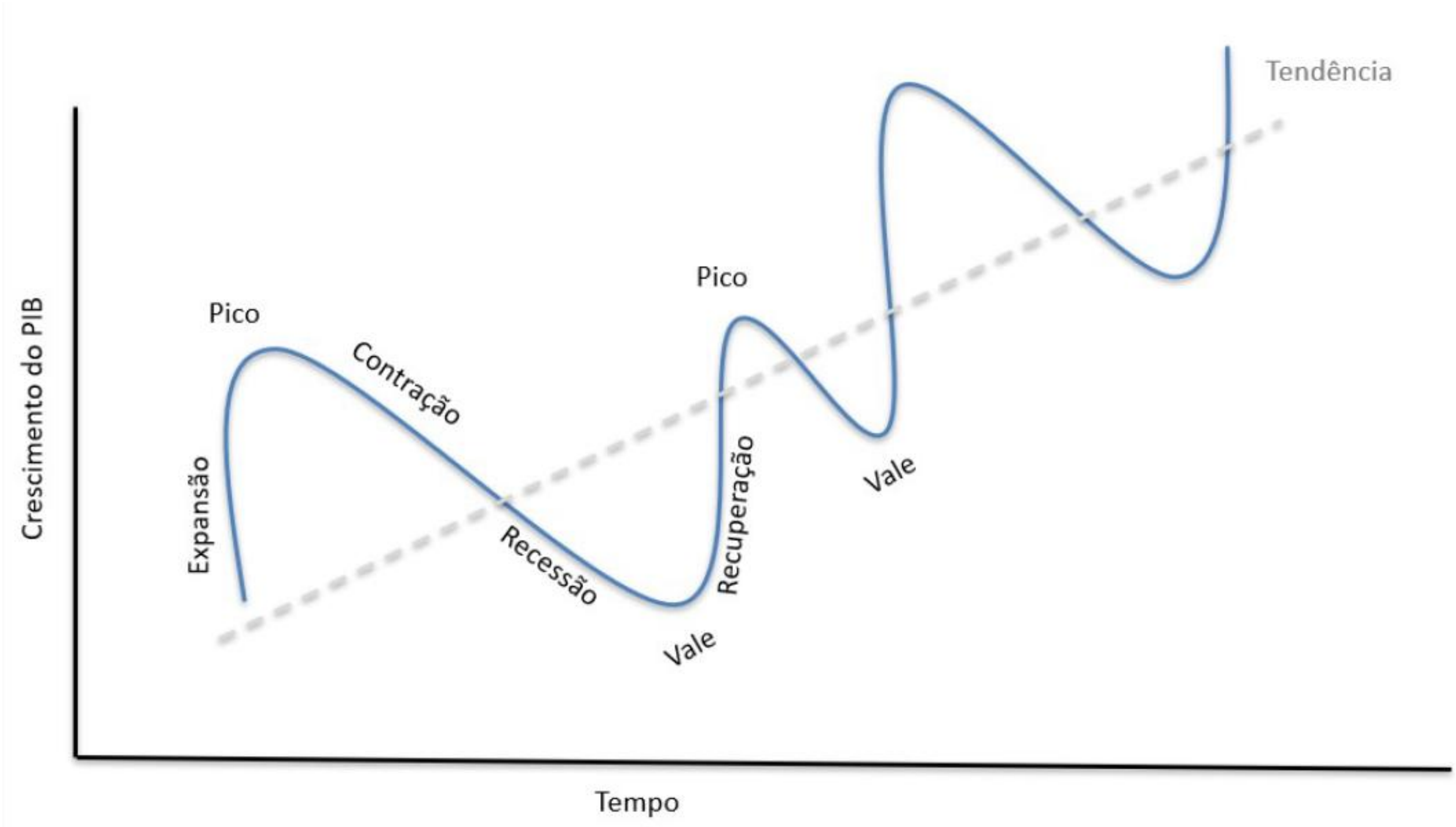
Ciclo Econômico

As economias tendem a crescer ao longo do tempo, mas de uma maneira irregular. Tendem a oscilar em torno de suas tendências de longo prazo, com padrões de expansão e contração na atividade econômica.

Ciclos econômicos: um declínio na atividade econômica agregada (uma contração ou recessão) para um ponto abaixo (um mínimo), seguido por uma recuperação da atividade (uma expansão ou *boom*) para um ponto alto (um pico) .

Trata-se de oscilações no nível de produção, renda e emprego na economia como um todo. Um ciclo econômico completo pode ser medido de pico a pico, ou de mínimo a mínimo.

Fases de um ciclo econômico



Questionamentos

- Qual é a frequência de um ciclo econômico?
- Os ciclos econômicos são resultado de fatores deterministas (fatores previsíveis) ou estocásticos (natureza aleatória)?
- Cada período de expansão planta as sementes de uma recessão futura inevitável?

Brasil: CODACE

FGV/IBRE: **O Comitê de Datação de Ciclos Econômicos (CODACE)** tem como finalidade estabelecer cronologias de referência para os ciclos econômicos brasileiros.

Em suas primeiras reuniões foram estabelecidas datações mensais e trimestrais para os ciclos de negócios ocorridos de 1980 em diante.

Link:
https://portalibre.fgv.br/data/files/F3/C1/F8/E8/A18F66108DDC4E66CA18B7A8/Comite%20de%20Data__o%20de%20Ciclos%20Econ_micos%20-%20Comunicado%20de%2030_10_2017%20_1_.pdf

Recessão Técnica

O PIB é um indicador para medir a atividade econômica de um país.

Quando há queda de dois trimestres consecutivos no PIB, a economia está em **recessão técnica**.

.

Fatos estilizados dos ciclos econômicos

Fato estilizado nº 1: Em economias avançadas, o crescimento do PIB real oscila de maneira recorrente, mas irregular, com uma duração media de cinco a oito anos.

Fato estilizado nº 2: Medida em relação ao PIB médio e ao processo de crescimento, a amplitude das oscilações do ciclo econômico é pequena.

Fato estilizado nº 3: consumo das famílias, investimentos privados e importações são pró-cíclicos, tanto em economias avançadas, quanto em mercados emergentes e economias em desenvolvimento.

Fatos estilizados dos ciclos econômicos

Observação: em economias avançadas, o gasto do governo é acíclico ou contracíclico. Em mercados emergentes e economias em desenvolvimento onde há uma maior presença do Estado na economia, o gasto do governo é pró-cíclico.

Fato estilizado nº 4: Algumas variáveis sistematicamente saem na frente do PIB ao longo do ciclo (estoques, utilização da capacidade, preços de ações, saldos monetários reais), enquanto outras (inflação, desemprego) seguem atrás. Outras ainda (taxa de juros) são coincidentes.

Fato estilizado nº 5: O investimento (em particular, investimento no estoque) é mais volátil, e o consumo, menos volátil que o PIB. As exportações e as importações são altamente variáveis, enquanto as compras do governo são relativamente acíclicas.

Teoria do Ciclo Real de Negócios

Também conhecida por **Teoria do Ciclo Econômico Real**. Essa teoria considera as flutuações randômicas (aleatórias) na produtividade como a principal causa das flutuações econômicas.

Uma versão da teoria clássica que supõe que os choques na produtividade (choques de oferta) são a causa principal de flutuações cíclicas. Propõe que as variações na produtividade total dos fatores geral flutuações no ciclo de negócios.

Teoria de que as recessões e expansões (*booms*) devem-se, principalmente, a choques na atividade real, como choques de oferta, em vez de mudanças em fatores monetários.

Conceito de choque

Uma economia é constantemente impactada por choques (também conhecidos por **impulsos, perturbações** etc).

Definição: choque é uma mudança exógena e imprevista e uma variável econômica que gera mudanças nas variáveis endógenas.

Dependendo do tipo de choque, a posição de equilíbrio da economia pode permanecer inalterada, ou pode se alterar; e o ajustamento ótimo de volta ao equilíbrio pode ser instantâneo ou devagar.

Conceito de choque

Após um choque, a economia segue um **caminho de sela (“*saddlepath*”)** e converge para um novo equilíbrio no estado estacionário.

Durante os períodos de ajustamento, a hipótese de otimalidade é mantida.

Políticas de estabilização podem ser úteis na presença de imperfeições de mercado.

Classificações de choques

Positivo (ou favorável)

- Perturbação econômica que afeta positivamente o desempenho do nível de atividade econômica. No longo prazo, o processo de crescimento econômico é uma acumulação de choques positivos.
- Por exemplo, um choque de oferta favorável é uma perturbação econômica que desloca a oferta agregada externamente, ou seja, as empresas estão dispostas a produzir mais, em qualquer nível de preços.

Negativo (ou adverso)

- Perturbação econômica que afeta negativamente o desempenho do nível de atividade econômica.
- Por exemplo, choque de oferta adverso desloca internamente a curva de oferta agregada. O aumento no preço do petróleo, que resultou no embargo de petróleo pela Organização dos Países Exportadores de Petróleo (OPEP) nos anos 1970 é um exemplo clássico.

Classificações de choques

Demanda

- Eventos exógenos que deslocam a curva de demanda agregada. Em outras palavras, choques na economia que deslocam a curva IS ou a curva LM e, desse modo, afetam a demanda agregada do produto. Aumento ou diminuição súbitos na demanda agregada.

Oferta

- Eventos exógenos que deslocam a curva de oferta agregada;
- Uma alteração na função de produção da economia, isto é, na quantidade de produto que pode ser gerada utilizando quantidades dadas de capital e trabalho.
- **P. ex.: choques de tecnologia (ou choques de produtividade):** choques relacionados com a tecnologia de produção, novas descobertas, invenções de produto ou melhorias de processos.

Classificações de choques

Idiossincráticos

- Afeta adversamente apenas uma instituição, um mercado específico ou uma variável macroeconômica determinada. P. ex., instituição financeira ou o preço de um ativo.

Sistemáticos

- No extremo, afeta a economia como um todo. P. ex., um choque que afeta todas as instituições financeiras de uma economia.

Mecanismo de programação de impulso

Choques aleatórios atingem o sistema econômico, que reage gerando ciclos econômicos. Os ciclos resultam da média ou cumulação dessas perturbações aleatórias ao longo do tempo.

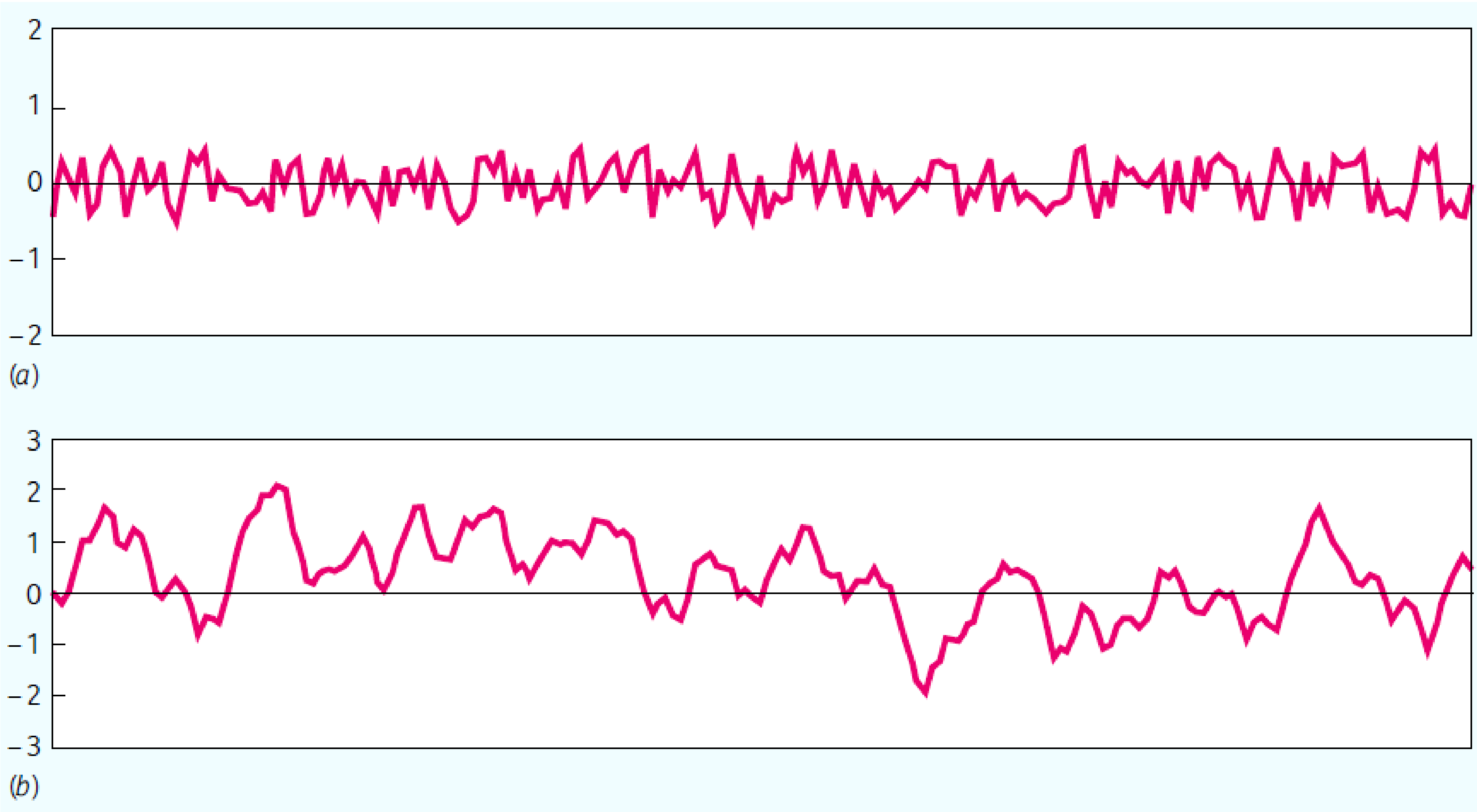
Impulsos e Propagações: um exemplo

Na figura, painel (a) a seguir são indicados 200 choques puramente aleatórios ao longo do tempo. Tais observações (os impulsos) podem representar uma sucessão de eventos imprevisíveis, grandes ou pequenos.

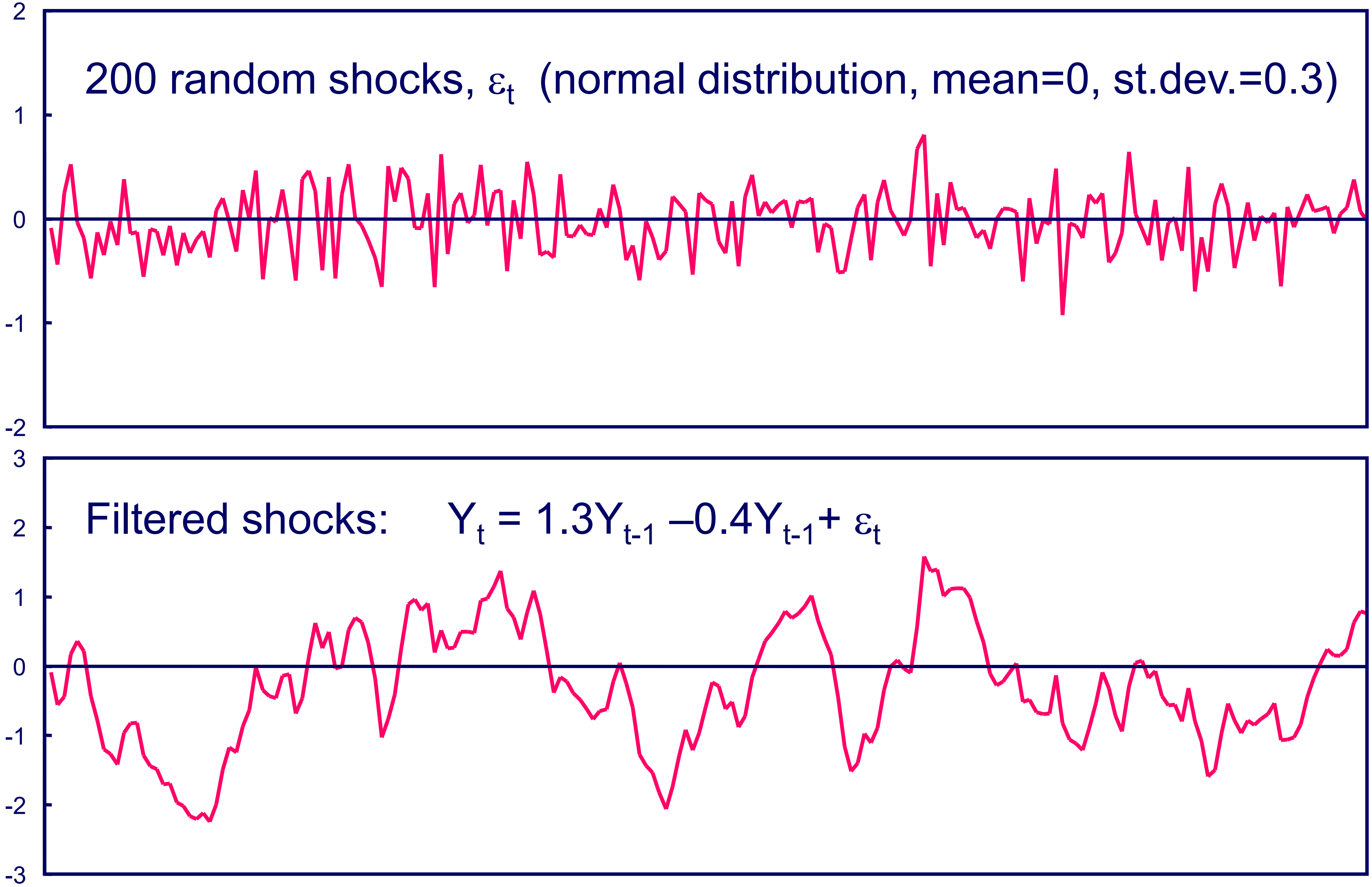
Um exemplo dessas variáveis aleatórias é o ruído branco, distribuído de maneira idêntica e independente. Ele tem como propriedade o fato de que os valores atuais e passados não contêm informações úteis na previsão de valores futuros.

O painel (b) mostra a evolução do PIB quando esses choques são “filtrados” por meio de um mecanismo de propagação.

Impulsos e Propagações: um exemplo



Impulsos e Propagações: um exemplo



Mecanismo de programação de impulso

Esse mecanismo de propagação do impulso é a maneira predominante de pensar sobre ciclos econômicos porque se harmoniza bem com os fatos estilizados.

Como são aleatórios, os choques vão gerar ciclos de diferentes tamanhos e magnitudes, como no **Fato Estilizado 1**.

.

Mecanismo de programação de impulso

Se muitos desses impulsos estão relacionados com **inovações tecnológicas permanentes**, não apenas desencadearão ciclos como também, no longo prazo, cumularão em um processo de interminável crescimento.

Isso é coerente como o **Fato Estilizado 2**: no longo prazo, o processo de crescimento (a acumulação de choques positivos) ofusca os ciclos econômicos (a reação à produtividade individual e outros choques)

.

O Ciclo de Negócios

A trajetória (caminho) pela economia durante seu ajustamento de volta ao equilíbrio é denominado ciclo de negócios, mesmo se a trajetória possa não ser um ciclo verdadeiro.

Embora a economia não estará no equilíbrio de longo prazo durante o ajustamento, ela estará se comportando otimamente durante o ajustamento de volta a esse equilíbrio.

A economia está atingindo uma sequência de equilíbrios temporários, em que cada um dos quais é ótimo naquele momento.

O Ciclo de Negócios

O objetivo tradicional da política de estabilização é acelerar o retorno ao equilíbrio.

Isso se torna mais relevante quando as imperfeições do mercado devido, por exemplo, à concorrência monopolística e à inflexibilidade de preços, causam perda de produção e, portanto, bem-estar econômico.

A teoria dos ciclos reais de negócios foca nos efeitos dos choques tecnológicos (ou choques de produtividade) na economia.

O Ciclo de Negócios

Nossa análise anterior assume que a economia é não-estocástica. Logo, presume-se que o choque tecnológico é conhecido para toda a economia no momento em que esse choque ocorre.

Um choque tecnológico desloca a função de produção para cima.

Para cada valor do estoque de capital k, existirá um aumento no produto y e, portanto, na produtividade marginal do capital $F'(k)$.

Choque tecnológico permanente (ou choque permanente na produtividade)

Choque permanente na produtividade

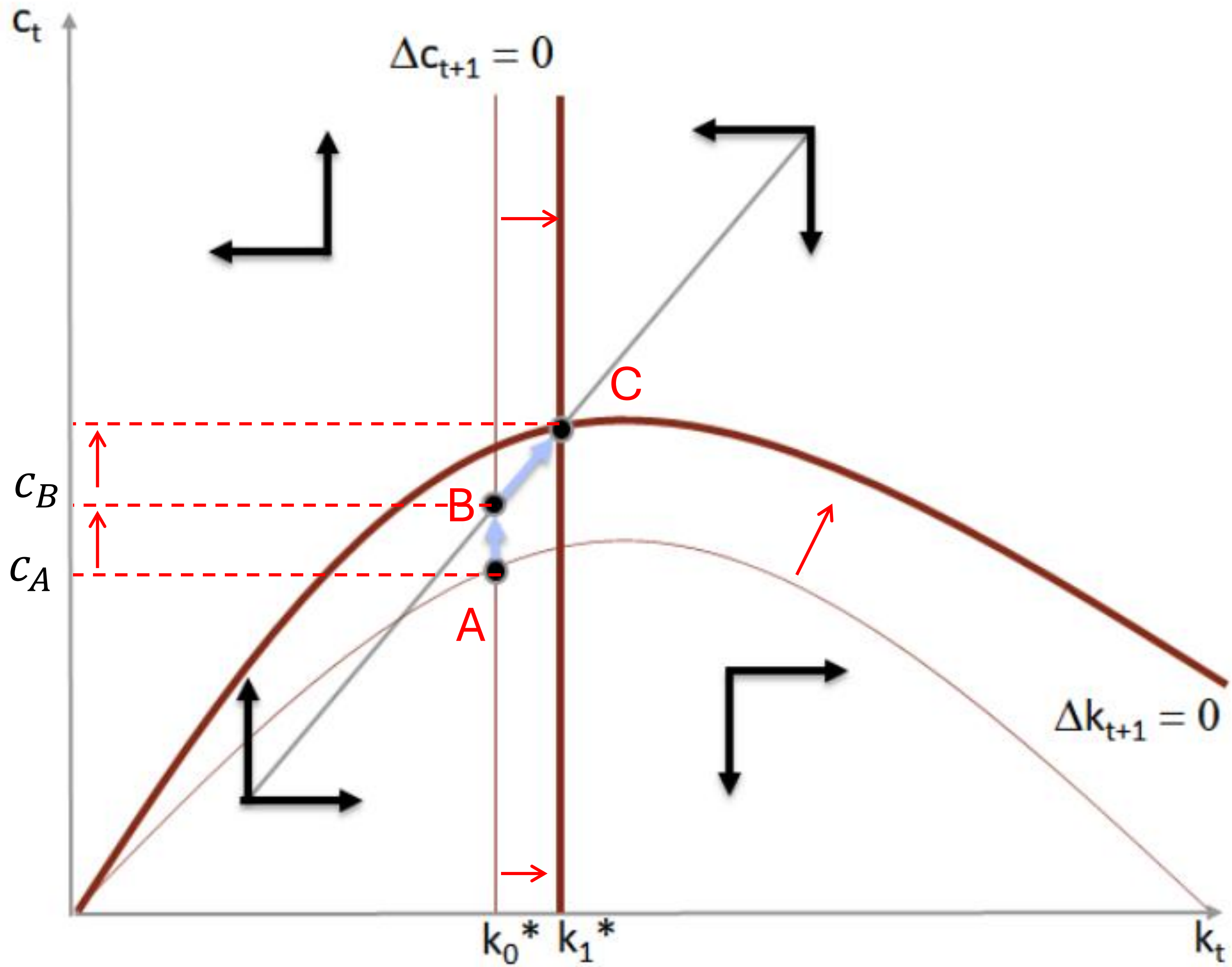
Considere que a produtividade aumentou permanentemente na economia. Dados os resultados anteriores, ter-se-ia:

(i) Estoque de capital maior no equilíbrio de longo prazo;

(ii) Consumo maior no equilíbrio de longo prazo;

Como alcançar esse equilíbrio?

Choques tecnológicos permanentes



Choque Permanente de Produtividade: Exemplo

Choques tecnológicos permanentes

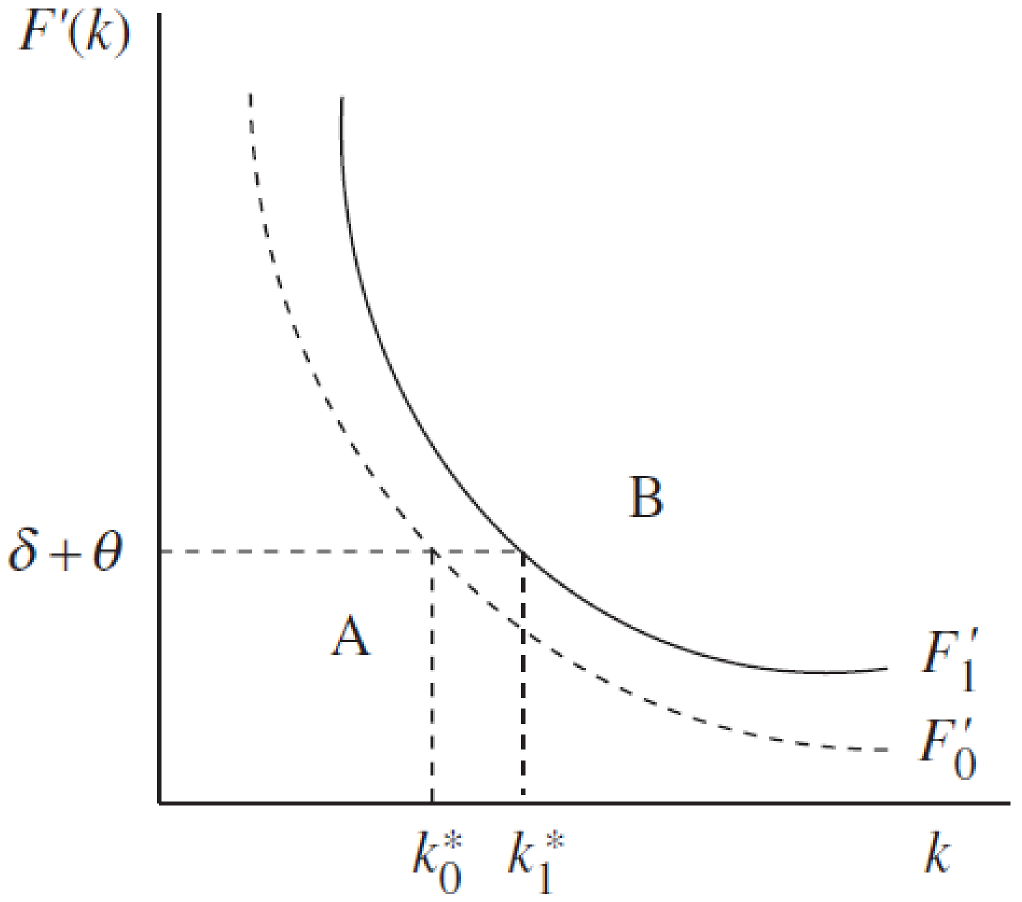


Figure 2.11. The effect on capital of a positive technology shock.

Choques tecnológicos permanentes

Processo de ajustamento: um choque tecnológico positivo aumenta a produtividade marginal do capital de F_0' para F_1', conforme figura 2.11.

Como $\delta + \theta$ não se altera, o nível ótimo de equilíbrio de longo prazo do capital se eleva de k_0^* para k_1^*.

O ponto de equilíbrio se move de *A* para *B*.

Choques tecnológicos permanentes

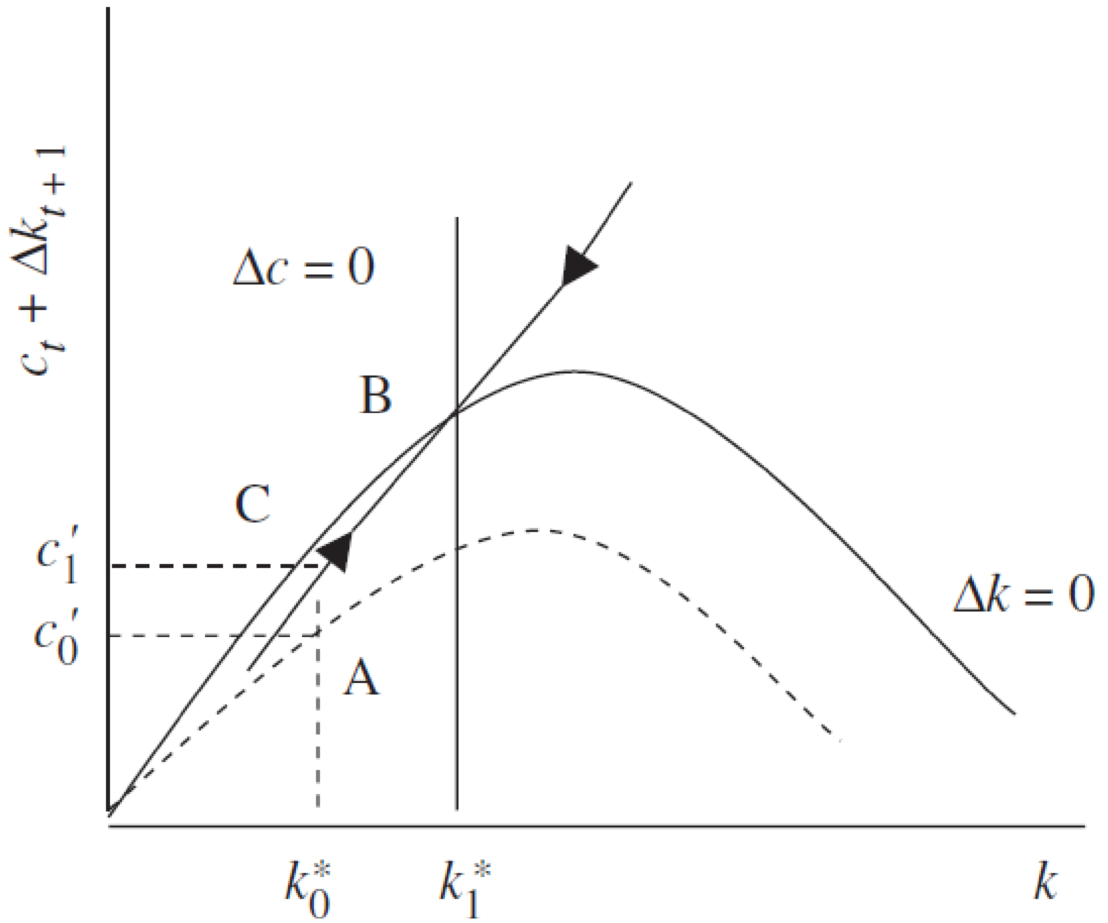


Figure 2.12. The effect on consumption of a positive technology shock.

Choques tecnológicos permanentes

Na Figura 2.12, um choque tecnológico positivo muda a curva que relaciona o consumo ao estoque de capital para cima.

O equilíbrio original estava em *A*, o novo equilíbrio está em *B*, e o **"caminho de sela" (*saddlepath*)** passa por *B*.

No tempo $t = 0$, o estoque de capital é fixado em k_0^*. Como o aumento da produtividade eleva o produto no período t, e o estoque de capital é fixo, o consumo irá aumentar no período *t* de modo que a economia se mova de *A* para *C*.

Choques tecnológicos permanentes

Em outras palavras, o consumo de move de c_0' para c_1', do ponto *A* para o ponto *C* no novo caminho de sela.

Haverá um investimento extra no período *t*. No período *t* + 1, esse investimento irá provocar um aumento no estoque de capital, que irá produzir um aumento no produto e no consumo.

No período *t* + 1, a economia começa a se mover ao longo do caminho de sela, em passos declinantes geometricamente, até alcançar o novo equilíbrio em *B*.

Choques tecnológicos permanentes

Ou seja, o consumo e o estoque de capital convergem ao longo do tempo para novo equilíbrio no estado estacionário: ponto *B*.

Portanto, um choque tecnológico positivo permanente causa um aumento no estoque de capital e no consumo.

Mas no primeiro período – curto prazo – somente o consumo aumenta.

Choque tecnológico temporário (ou choque transitório na produtividade)

Choques tecnológicos temporários

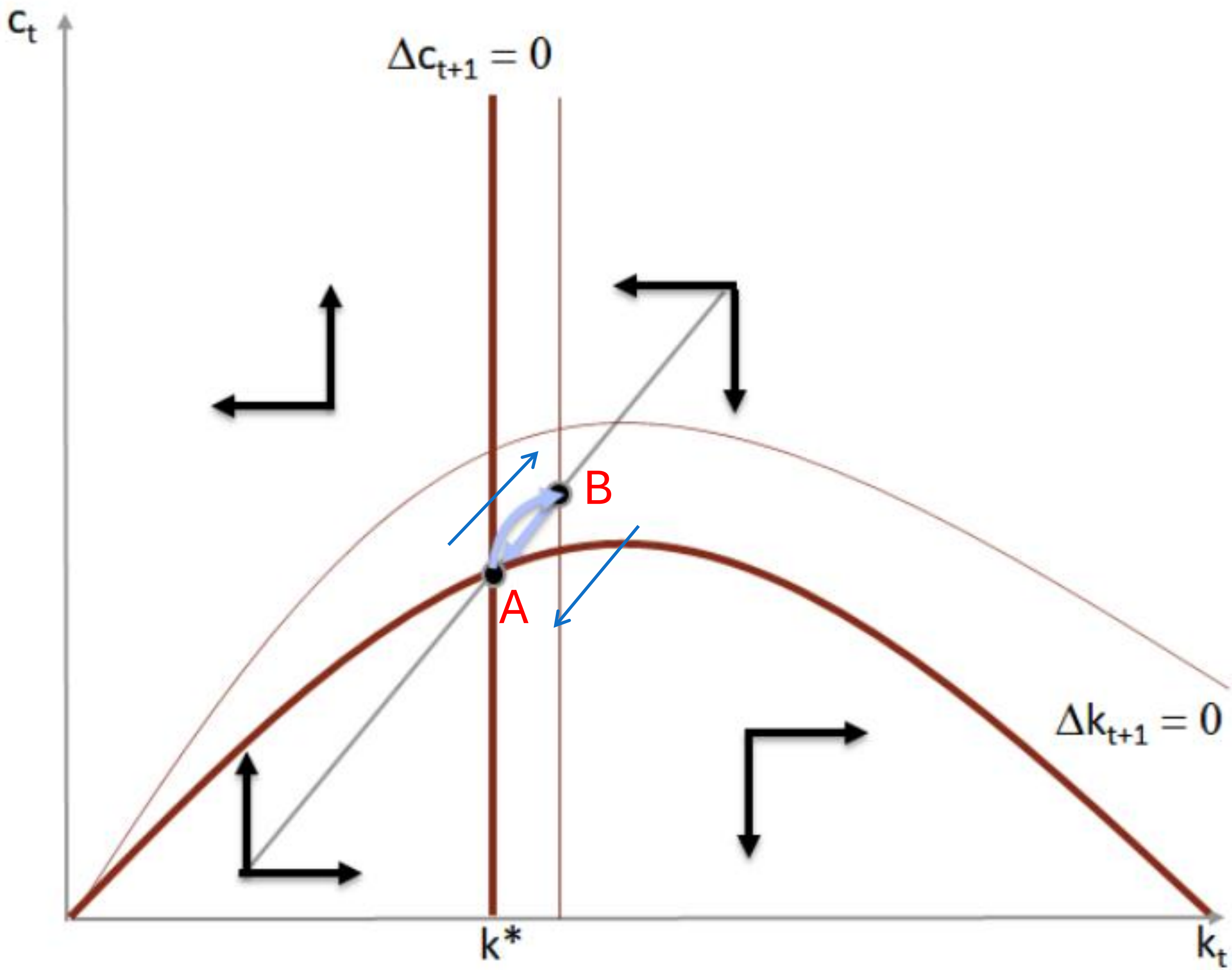
Considere que a produtividade aumentou transitoriamente. Dados os resultados anteriores, ter-se-ia:

(i) Estoque de capital se mantém igual no equilíbrio de longo prazo;

(ii) Consumo também se mantém igual no equilíbrio de longo prazo.

Mas nada se altera? Se o choque durar apenas um período, esse aumento será todo consumido, pois não faz sentido deixar para amanhã – acumular capital – se isso significa estar acima do capital no equilíbrio de longo prazo. Mas e se esse choque durar alguns períodos?

Choques tecnológicos temporários



Choques tecnológicos temporários

Se a economia estiver sujeita a uma série de choques tecnológicos temporários, então não há mudanças nos níveis de consumo e de capital de equilíbrio de longo prazo.

Esses choques são independentes, de apenas um período, alguns positivos e outros negativos, mas na média assumem valor zero.

Choque tecnológico positivo: um choque tecnológico positivo que dura um período e aumenta a produção no período t é, portanto, consumido e nenhum investimento líquido ocorre. No período $t + 1$, o nível de equilíbrio original do consumo é restaurado.

Choques tecnológicos temporários

Choque tecnológico negativo: o consumo decresce.

Em resumo, no caso de um choque tecnológico temporário, k^* não se altera, ao passo que o consumo é temporariamente ajustado para absorver o referido choque.

.

Introdução

Dinâmica da Solução Ótima

Ciclos Reais de Negócios e Choques (Permanentes e Temporários)

Mercado de Trabalho

Relembrando...

Explicitamente

- No modelo básico, não há mercado de trabalho.

Implicitamente

- As famílias (residentes) estão envolvidos na produção, e gastam uma dada quantidade fixa de tempo trabalhando.

Hipóteses

Na versão anterior do Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans, existe a hipótese implícita de que a quantidade de horas trabalhadas é constante.

Antes, no modelo básico, considerava-se $n_t = 1$.

Para se introduzir a escolha acerca das horas trabalhada, é necessário modelar a escolha entre lazer e trabalho.

Hipóteses

(i) As famílias (residentes) podem escolher tempo no trabalho (n_t) e tempo no lazer (l_t). Ou seja, n_t são as horas trabalhadas, e l_t são as horas de lazer.

Assume-se que apenas o lazer fornece utilidade diretamente.

O trabalho fornece utilidade indiretamente ao gerar renda para o consumo.

Essa hipótese permite derivar uma função de oferta de trabalho e uma taxa salarial implícita. Na pratica, as pessoas podem escolher se trabalham ou não, mas elas tem liberdade limitada no número de horas que elas podem escolher.

Hipóteses

(ii) A quantidade total de tempo disponível para todas as atividades é normalizado para 1: $n_t + l_t = 1$

Agora, as famílias (residentes) tem uma escolhe entre trabalho (n_t) e lazer (l_t).

.

Hipóteses

(iii) A função utilidade $U(c_t, l_t)$ é crescente e côncava, com $U_c > 0, U_l > 0, U_{cc} \leq 0$ e $U_{ll} \leq 0$

Em outras palavras, existe uma utilidade marginal positiva, mas decrescente para o consumo e o lazer.

Assume-se que $U_{cl} = 0$, o que exclui a substituição entre consumo e lazer.

Hipóteses

(iv) Assume-se que o trabalho é um segundo fator de produção, de modo que a função de produção se torna $F(k_t, n_t)$, a qual satisfaz as condições de Inada.

Isto é: $F_k > 0$, $F_{kk} \leq 0$, $F_n > 0$, $F_{nn} \leq 0$, $F_{kn} \geq 0$, $\lim_{k \to \infty} F_k = 0$, $\lim_{k \to 0} F_k = \infty$, $\lim_{n \to \infty} F_n = 0$, $\lim_{n \to 0} F_n = \infty$.

.

Hipóteses

(v) Assume-se que a economia maximiza a utilidade descontada sujeita à restrição nacional de recursos e à restrição do mercado de trabalho:

Restrição de recursos da economia (PIB agora é função do capital e do trabalho):

$$F(k_t, n_t) = c_t + k_{t+1} - (1 - \delta)k_t$$

Restrição no mercado de trabalho: $n_t + l_t = 1$

Seria mais conveniente substituir l_t por $1 - n_t$. Por questões de transparência, a restrição do mercado de trabalho será introduzida explicitamente.

Otimização

Função Lagrangeana:

$$\mathcal{L}_t = \sum_{s=t}^{\infty} \{\beta^s U(c_{t+s}, l_{t+s}) + \lambda_{t+s}[F(k_{t+s}, n_{t+s}) - c_{t+s} - k_{t+s+1} + (1-\delta)k_{t+s}] + \mu_{t+s}[1 - n_{t+s} - l_{t+s}]\}$$

Que é maximizada em relação a $\{c_{t+s}, l_{t+s}, n_{t+s}, k_{t+s+1}, \lambda_{t+s}, \mu_{t+s}; s \geq 0\}$

Otimização

Condições de Primeira Ordem:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_{t+s}} = \beta^s U_{c,t+s} - \lambda_{t+s} \qquad s \geq 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial l_{t+s}} = \beta^s U_{l,t+s} - \mu_{t+s} \qquad s \geq 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial n_{t+s}} = \lambda_{t+s} F_{n,t+s} - \mu_{t+s} \qquad s \geq 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial k_{t+s}} = \lambda_{t+s}\left[F_{k,t+s} + 1 - \delta\right] - \lambda_{t+s-1} = 0 \qquad s > 0 \quad (2.28)$$

Escolhas intra e intertemporais

Equação de Euler para $s = 1$:

$$\beta \left(\frac{U_{c,t+1}}{U_{c,t}} \right) \left[F_{k,t+1} + 1 - \delta \right] = 1 \quad (2.29)$$

Eliminando λ_{t+s} e μ_{t+s} das condições de primeira ordem para consumo, lazer e emprego fornece, para $s = 0$:

$$U_{l,t} = U_{c,t} F_{n,t} \quad (2.30)$$

<u>Interpretação</u>: se o residente fornece uma unidade extra de tempo para o trabalho, o produto marginal é $F_{n,t}$. O ganho de utilidade marginal de consumir essa produção extra é $U_{c,t} F_{n,t}$. Isso deve ser igual à utilidade marginal do lazer.

Principais resultados

Prova: Considere desistir de $dl_t = -dn_t < 0$ unidades de lazer.

A perda de utilidade é dada por $U_{l,t} dl_t < 0$, que é o lado esquerdo da equação (2.30).

Isso é compensado por um aumento na utilidade devido à produção de produto extra de $F_{n,t} d_{n,t} = -F_{n,t} dl_t$.

Quando consumido, cada unidade de produto fornece uma utilidade extra de $U_{c,t}$, implicando em um aumento total na utilidade de $-U_{c,t} F_{n,t} dl_t > 0$, que é o lado direito da equação (2.30) quando $dl_t = 1$.

Equilíbrio de longo prazo

Determine que $U_{c,t+1} = U_{c,t} = U_c$ e $F_{k,t+1} = F_k$ na equação de Euler. No equilíbrio em estado estacionário (isto é, no equilíbrio de longo prazo), a solução de longo prazo para o capital é obtida da seguinte forma:

$$F_k = \theta + \delta$$

Onde $\beta = 1/(1+\theta)$

A solução de longo prazo para o consumo é obtida a partir da restrição de recursos. Dado c e k, resolve-se para l_t e n_t a partir da equação (2.30) e da restrição do mercado de trabalho.

Principais resultados

As soluções de curto prazo para c_t e k_t são as mesmas como antes. As dinâmicas de curto prazo para l_t e c_t são similares.

Teorema de Euler: quando se tem funções homogêneas de grau um, ou seja, quando se dobra os insumos, a produção dobra.

.

Taxa Salarial e Taxa de Retorno do Capital

Assume-se que a tecnologia exibe retornos constantes de escala. Então, a função de produção é uma função linearmente homogênea de grau um. Assim:

$$F(k_t, n_t) = F_{n,t} n_t + F_{k,t} k_t \quad (2.31)$$

<u>Interpretação</u>: o valor total do produto é dividido entre trabalho e capital. O primeiro termo do lado direto da equação (2.31) é a parcela do trabalho. Já o segundo termo é a parcela do capital.

Com dois fatores de produção, isso significa também que o produto nacional é igual à renda nacional.

Taxa Salarial e Taxa de Retorno do Capital

Assim, como $F_{k,t}k_t$ é a renda do capital, a taxa salarial real é dada por: $F_{n,t} = w_t$

<u>Interpretação</u>: se o trabalho paga seu produto marginal, então trata-se da taxa salarial real.

Ou seja, cada unidade do trabalho tendo um custo igual à taxa salarial. Logo, $F_{n,t}$ é o salário implícito no modelo básico.

Taxa Salarial e Taxa de Retorno do Capital

O retorno (líquido) do capital (r_t), também conhecido por taxa de retorno do capital, é dada por: $F_{k,t} - \delta = r_t$

Interpretação: se o capital paga seu produto marginal, então trata-se da taxa de retorno do capital.

Ou seja, cada unidade do trabalho tendo um custo igual à taxa salarial. Logo, $F_{k,t} - \delta$ é a taxa de retorno do capital no modelo básico.

Retornos constantes de escala

Uma função $f(x,y)$ que é homogênea de grau α satisfaz $\lambda^{\alpha} f(x,y) = f(\lambda x, \lambda y)$.

Alternativamente, tomando-se a expansão de primeira ordem da função de produção $F(k_t, n_t)$ sobre $k_t = n_t = 0$, que daria a aproximação $F(k_t, n_t) \cong F_{n,t} n_t + F_{k,t} k_t$.

Salário real

A equação (2.31) pode ser reescrita como se segue:

$$F(k_t, n_t) = \underbrace{w_t}_{F_{n,t}} n_t + \underbrace{(r_t + \delta)}_{F_{k,t}} k_t$$

O salário real pode ser expresso por:

$$w_t = \frac{F(k_t, n_t) - (r_t + \delta)k_t}{n_t}$$

Salário real no estado estacionário

No estado estacionário (isto é, no equilíbrio de longo prazo), quando $r^* = \theta$, as equações se tornam:

$$F(k^*, n^*) = w^* n^* + (\theta + \delta) k^*$$

O salário real pode ser expresso por:

$$w^* = \frac{F(k^*, n^*) - (\theta + \delta) k^*}{n^*}$$

Salário real no estado estacionário

O trabalho (mão-de-obra) não estava incluído explicitamente no modelo básico anterior.

No Modelo Ramsey-Cass-Koopmans, ao se assumir horas trabalhadas constantes $(n_t = 1)$, então o trabalho foi incluído implicitamente. O salário real seria dado então por:

$$w_t = F(k_t, 1) - F_{k,t}k_t = F(k_t) - (r_t + \delta)k_t$$

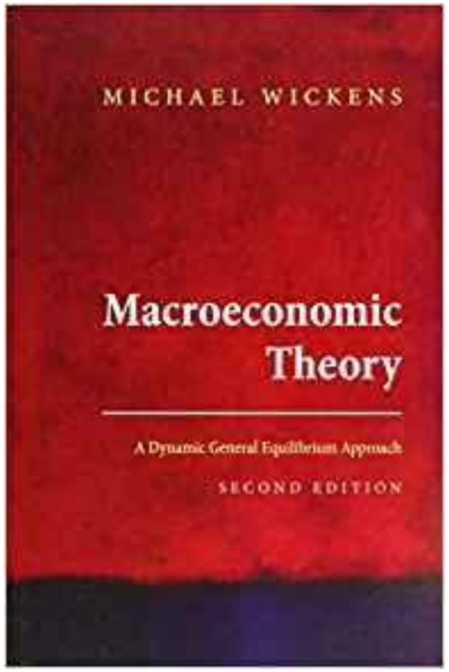
No equilíbrio, tem-se:

$$w^* = F(k^*) - (\theta + \delta)k^*$$

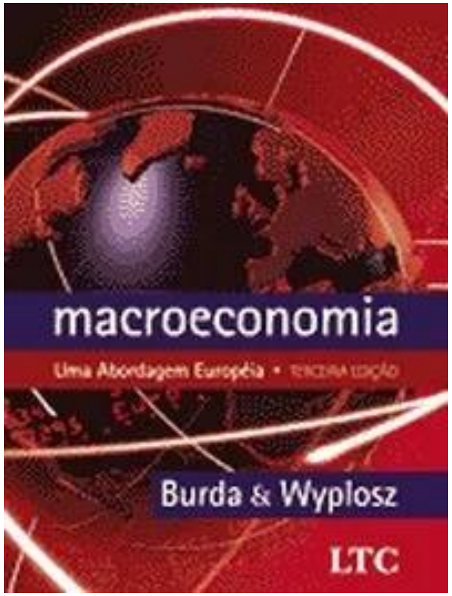
Em resumo

Quando as famílias (os residentes) podem escolher o quanto trabalhar, e elas determinam a taxa salarial e a taxa de retorno do capital explicitamente, as soluções para consumo e capital não mudam em comparação com o modelo básico (isto é, o modelo sem o mercado de trabalho).

Referências bibliográficas



Capítulo 2



Capítulo 10

Referências bibliográficas

COSTA FILHO. J. R. **Macroeconomica Dinâmica**. Curso de Capacitação. Brasília, 2024.

COSTA JUNIOR, C. J. **Um Curso de DSGE: Fricções**. Curso de Capacitação. Brasília, 2023.

Obrigado!

Contato:

____

SÉRGIO RICARDO DE BRITO GADELHA

E-mail sergio.gadelha@idp.edu.br

Apêndice: A Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

Descrição

Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

A fronteira de possibilidade de produção está associada com uma função de produção que tem mais do que um tipo de produto, e um ou mais insumos.

Mensura-se a combinação máxima de cada tipo de produto que pode ser produzido usando uma quantidade fixa de fatores. O resultado é uma função côncava no espaço do produto das quantidades produzidas.

A fronteira de possibilidade de produção intertemporal está associada com produtos em diferentes pontos no tempo e é derivada da restrição de recursos da economia.

Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

Isso fornece a segunda relação entre c_t e c_{t+1}, a qual é obtida pela combinação de restrições de recursos para os períodos t e $t + 1$ para eliminar k_{t+1}.

O resultado é a restrição de recursos intertemporal de dois períodos (ou fronteira de possibilidade de produção intertemporal):

$$c_{t+1} = f(k_{t+1}) - k_{t+2} + (1-\delta)k_{t+1}$$

Mas: $k_{t+1} = f(k_t) + (1-\delta)k_t - c_t$

Logo:

Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

$$c_{t+1} = F\left[\underbrace{f(k_t) + (1-\delta)k_t - c_t}_{k_{t+1}}\right] - k_{t+2} + (1-\delta)\left[\underbrace{f(k_t) + (1-\delta)k_t - c_t}_{k_{t+1}}\right] \qquad (2.18)$$

A equação (2.18) fornece a relação côncava entre c_t e c_{t+1}.

A partir da equação (2.17), obtemos a inclinação da fronteira de possibilidade de produção intertemporal:

$$\frac{dc_{t+1}}{dc_t} = \frac{\partial c_{t+1}}{\partial c_t} = -[f'(k_{t+1}) + (1-\delta)] \quad (2.19)$$

Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

A equação (2.19) é a inclinação da curva de indiferença no ponto onde ela é tangente com a restrição de recursos. Logo, a fronteira de possibilidade de produção intertemporal também toca a curva de indiferença neste ponto. Como:

$$\frac{\partial^2 c_{t+1}}{\partial c_t^2} = F''(k_{t+1}) < 0$$

A tangente da FPPI se achata (nivela) à medida que c_t decresce, implicando que FPPI é uma função côncava.

As equações (2.16) e (2.19) fornecem a equação de Euler. Isto é, no ponto ótimo (c_t^*, c_{t+1}^*), a curva de indiferença do residente (agente representativo) é tangente à FPPI.

Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

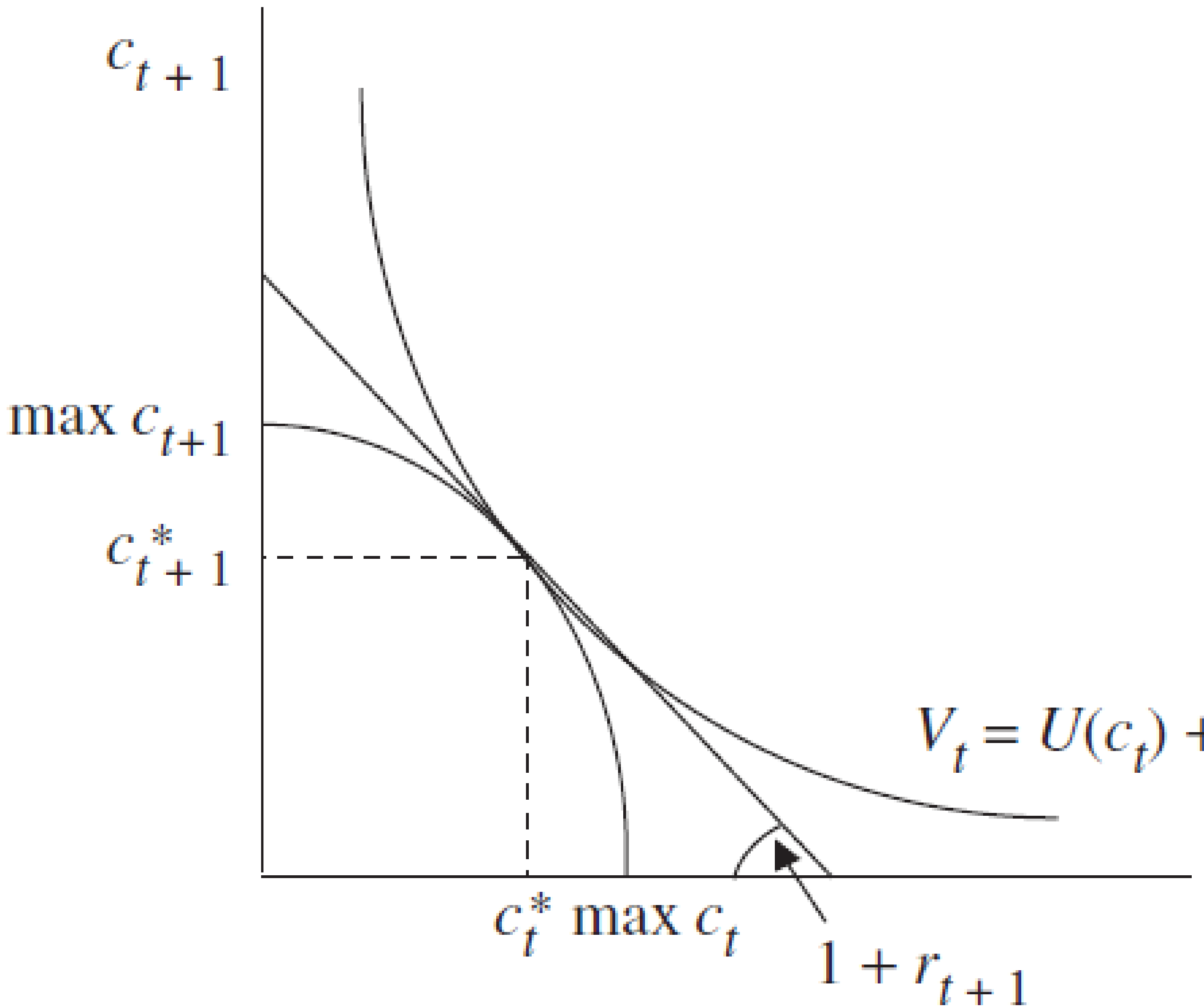


Figure 2.4. A graphical solution based on the IPPF.

Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

A curva superior é a curva de indiferença que mostra o *trade-off* entre o consumo hoje e o consumo futuro do ponto de vista do residente enquanto V_t permanece inalterado. Essa curva tangencia a restrição de recursos.

A curva inferior representa o *trade-off* entre o consumo hoje e o consumo amanhã do ponto de vista da produção, ou seja, trata-se da FPPI.

A FPPI toca a curva de indiferença no ponto de tangência com a restrição orçamentária. Essa solução surge como nas equações de equilíbrio (2.16) e (2.17), e a equação (2.19) precisa ser satisfeita simultaneamente de tal modo que:

Fronteira de Possibilidade de Produção Intertemporal

$$-\left.\frac{dc_{t+1}}{dc_t}\right|_{V_{constante}} = f'(k_{t+1}) + 1 - \delta = 1 + r_{t+1}$$

$$= -\left.\frac{\partial c_{t+1}}{\partial c_t}\right|_{IPPF}$$

O produto marginal líquido $f'(k_{t+1}) - \delta = r_{t+1}$ pode ser interpretado como sendo a taxa de retorno real implícita sobre o capital após permitida a depreciação.

Um aumento em r_{t+1} devido, p. ex., a um choque tecnológico que aumenta o produto marginal do capital no período $t + 1$ torna a restrição de recursos mais íngreme, e resulta em um aumento em V_t, c_t e c_{t+1}.

Solução em Equilíbrio Estático

Solução em equilíbrio estático

O equilíbrio de longo prazo é uma solução estática, implicando que na ausência de choques no sistema macroeconômico, consumo e estoque de capital serão constantes ao longo do tempo.

Logo, $c_t = c^*$, $k_t = k^*$, $\Delta c_t = 0$ e $\Delta k_t = 0$ para todo t. No equilíbrio estático, a equação de Euler pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Rightarrow \frac{\beta U'(k^*)}{U'(k^*)}[f'(k^*) + 1 - \delta] = 1$$

$$\Rightarrow \beta[f'(k^*) + 1 - \delta] = 1 \Rightarrow f'(k^*) = \frac{1}{\beta} + \delta - 1 = \delta + \theta$$

Solução em equilíbrio estático

A solução é diferente daquela da regra de ouro, onde $f'(k^*) = \delta$. A figura (2.1) é substituída pela figura (2.5).

Isso mostra que o nível ótimo de capital é menos do que é na regra de ouro, uma vez que a utilidade futura é descontada a taxa $\theta > 0$.

Na figura (2.5), a solução é obtida onde a inclinação da tangente para a função de produção é $\delta + \theta$.

Solução em equilíbrio estático

Como a tangente deve ser mais íngreme do que para a regra de ouro, isso implica que o nível ótimo de capital precisa ser menor.

A figura (2.6) mostra que isso implica também em um menor nível de consumo. Logo, $c_t < c^*$ e $k_t < k^*$.

Logo, descontar o futuro resulta em menor consumo. Trata-se de uma boa razão para não descontar o futuro.

Solução em equilíbrio estático

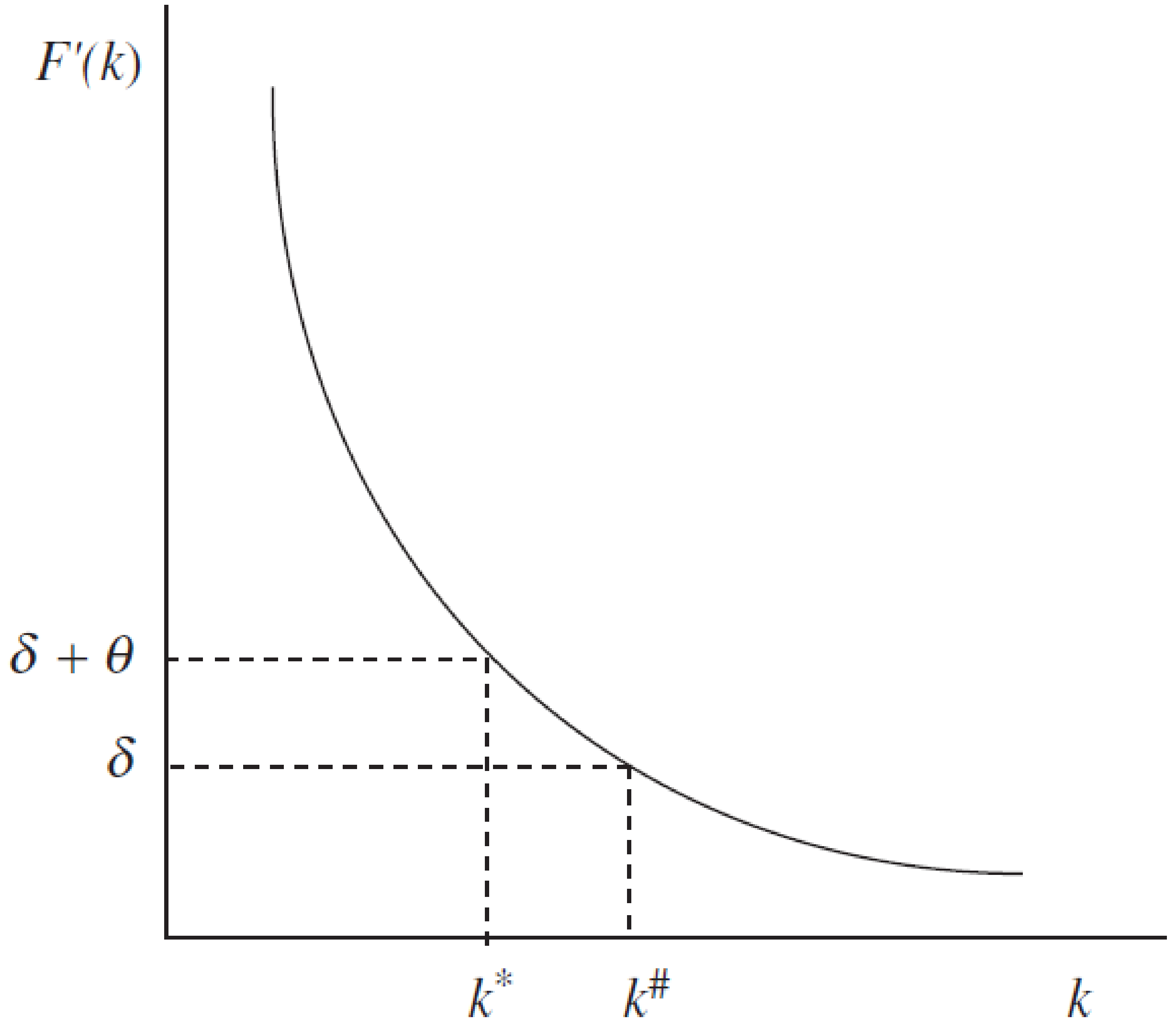


Figure 2.5. Optimal long-run capital.

Comparando regra de ouro e solução ótima

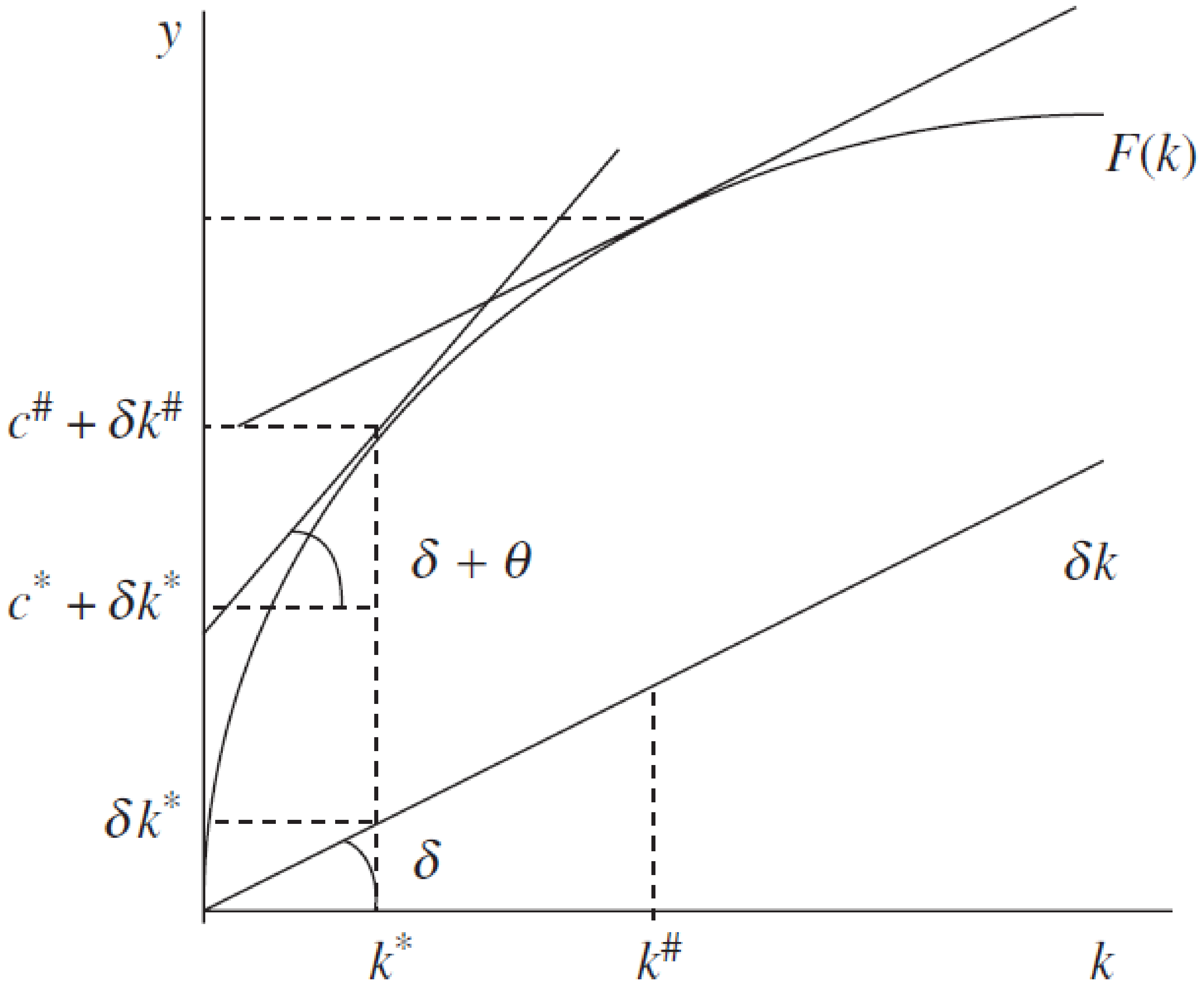


Figure 2.6. Optimal long-run consumption.

Comparando regra de ouro e solução ótima

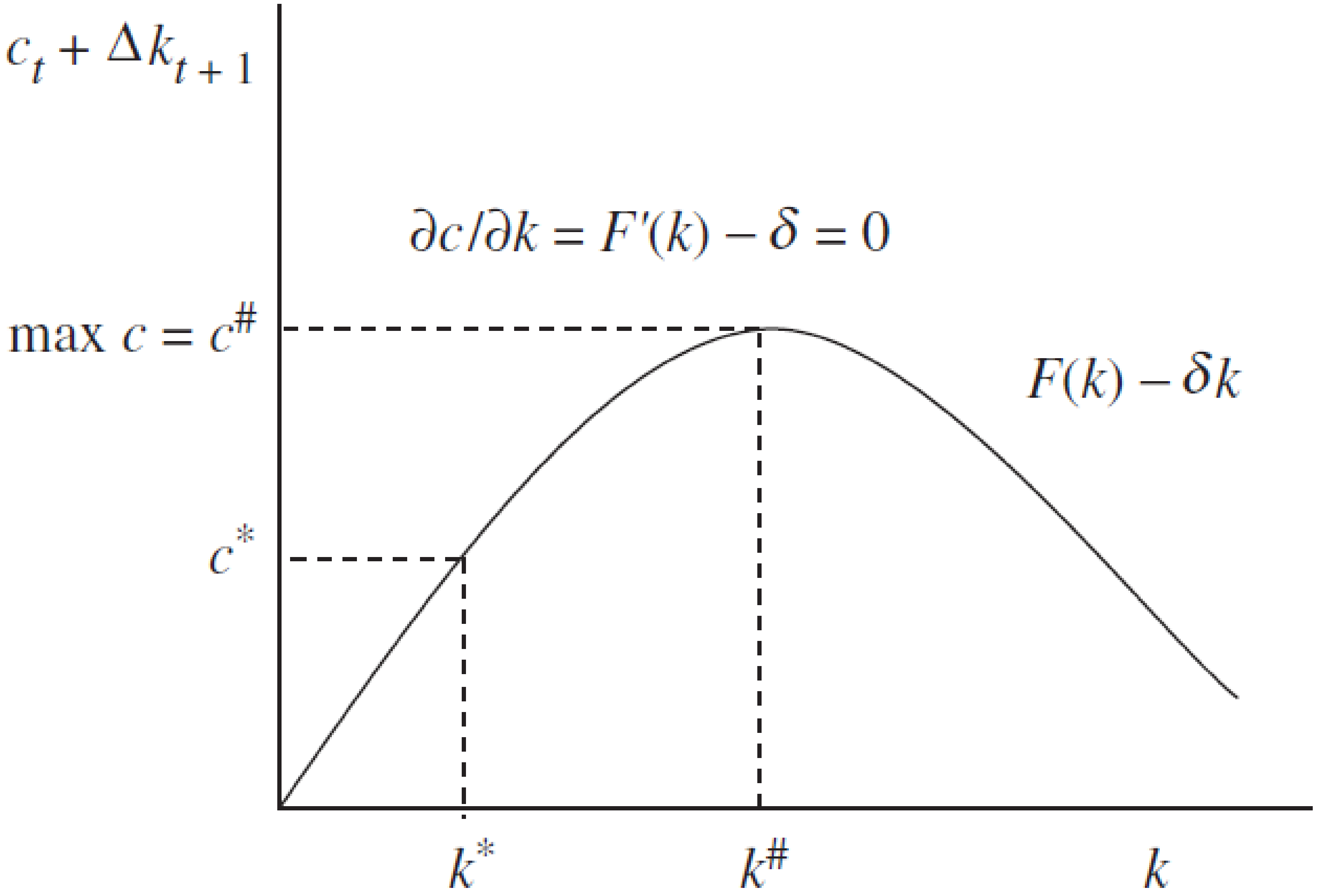


Figure 2.7. Optimal consumption compared.

Apêndice B: A estabilidade e a dinâmica da regra de ouro revisitada

Regra de Ouro revisitada

Na Figura 2.10 a seguir, a regra de ouro ocorre no ponto A.

Lembre-se de que, como a regra de ouro não desconta o futuro, então a taxa de desconto social $\theta = 0$.

Assim, $\beta = 1$ na equação de Euler.

Como resultado, a linha vertical dividindo as regiões leste e oeste agora atravessa A, que é um ponto de equilíbrio.

The saddle path: “caminho de sela”

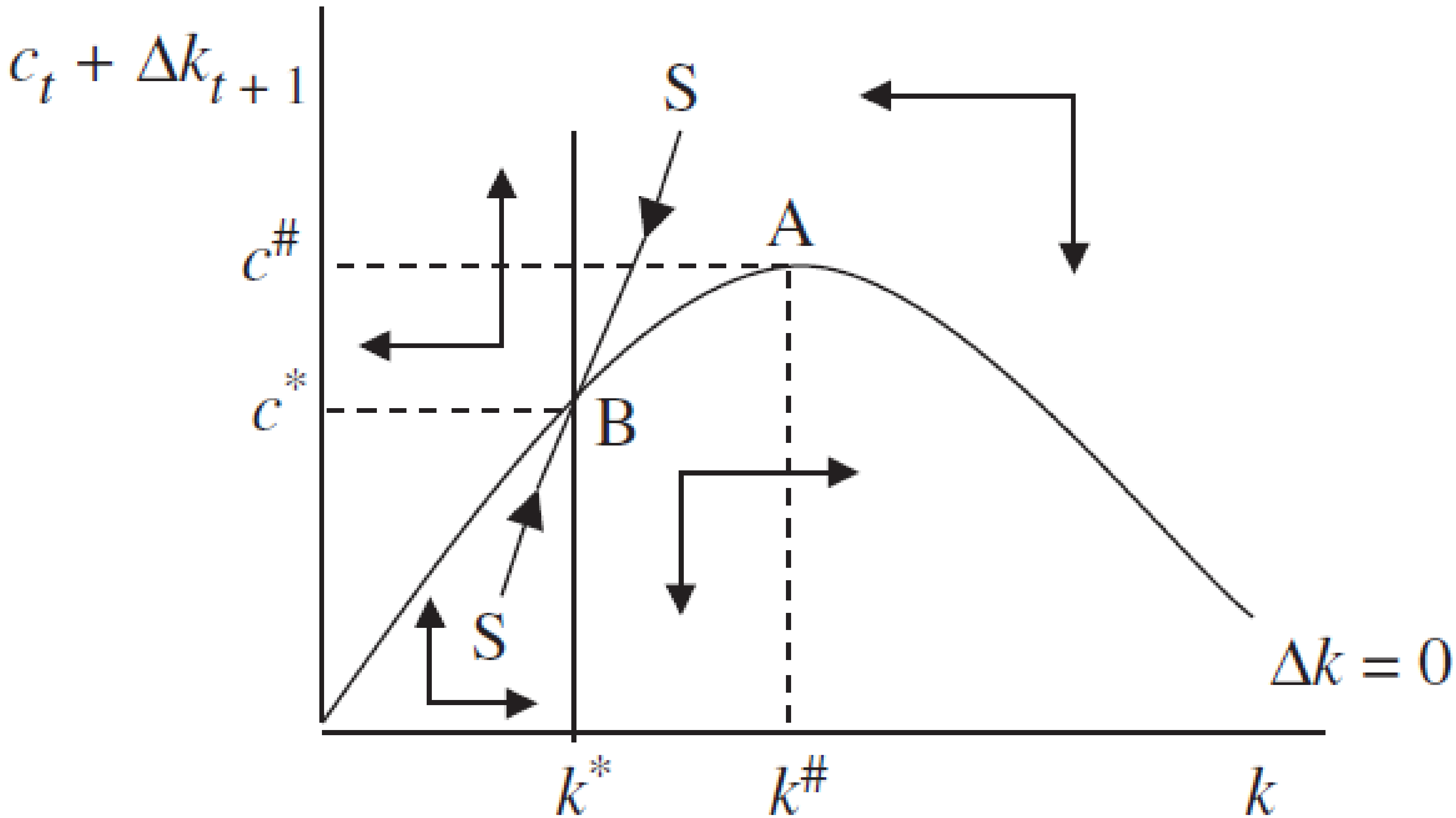


Figure 2.10. Phase diagram.

Regra de Ouro revisitada

Principais equações:

Equação de Euler: $F'(k^{\#}) = \delta$. Determina k_t

Restrição de recursos: $c^{\#} = F(k^{\#}) - \delta k^{\#}$. Determina c_t

Em qualquer ponto da linha curvada, exceto o ponto $\{c^{\#}, k^{\#}\}$, temos $\Delta k_{t+1} < 0$.

No ponto $\{c^{\#}, k^{\#}\}$, temos $\Delta k_{t+1} = 0$

O ponto $\{c^{\#}, k^{\#}\}$ é um ponto de equilíbrio, mas não é um equilíbrio estável porque alcançar o consumo máximo em cada ponto do tempo exige absorver todos os choques positivos através de consumo elevado, e todos os choques negativos através do consumo do estoque de capital.

Regra de Ouro revisitada

Após um choque negativo, a economia não pode recuperar o equilíbrio se continuar consumindo conforme exigido pela regra de ouro.

A falta de estabilidade da solução da regra de ouro pode ser atribuída à impaciência da economia.

Ao trocar o consumo hoje pelo consumo no futuro, e descontando o consumo futuro, a solução ótima é um equilíbrio estável.

Conclusões obtidas...

(i) A regra de ouro é um caso especial da solução ótima, com a taxa de desconto social $\theta = 0$.

(ii) Não há instabilidade inerente na regra de ouro, ao menos que nós insistimos em determinar $c^{\#} = F(k^{\#}) - \delta k^{\#}$ em todo tempo.

(iii) Os choques podem ser acomodados ajustando o consumo para estar no caminho da sela.

(iv) O verdadeiro valor de θ é uma questão empírica.